11 МАЯ 1934 11 MAI

ДОКЛАДЫ
АКАДЕМИИ НАУК СССР

COMPTES RENDUS
DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE L'URSS

ТОМ II — VOLUME II

№ 5

СТР.

МАТЕМАТИКА

Н. С. Новиков. Об одном свойстве аналитических множеств 278

А. А. Ляпунов. Об отделимости аналитических множеств 276

Н. Н. Лузин, академик. Несколько замечаний о кратной отделимости . . 280

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

А. Г. Аннур. О новом типе случаев движения твердого тела, приводящегося к квадратурам 284

М. С. Эйгенсон. О центральных силах отталкивания и притяжения в гравитационной проблеме двух тел с изменяющейся массой 201

ХИМИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

А. И. Сербинов и М. Б. Нейман. Влияние двуокиси азота на кинетику окисления этана 297

PAG.

MATHÉMATIQUES

N. Novikov (Novikoff). Sur une propriété des ensembles analytiques 275

A. Liapunov (Liapounoff). Sur la séparabilité des ensembles analytiques 272

N. Lusin, de l'Académie. Quelques remarques sur la séparabilité multiple . 284

MÉCANIQUE RATIONNELLE

M. Anžur (Anjour). Sur un nouveau type de cas de mouvement du corps solide se ramenant aux quadratures 287

M. Eigenson. On the Central Forces of Attraction and Repulsion in a Gravitational Problem of two Bodies of Variable Mass 294

PHYSIQUE CHIMIQUE

A. Serbinov and M. Neuman. The Effect of Nitrogen Peroxide on the Kinetics of Ethane Oxidation 299

(См. на обороте)

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР
ЛЕНИНГРАД — LENINGRAD

MYCOLOGICAL
9 JUNE 1934
INSTITUTE

(Продолжение)

стр.

ХИМИЯ

М. В. Краузе, М. С. Немцов и Е. А. Сосякина. Кинетика полимеризации этилена 301

ГЕНЕТИКА

М. Е. Лобашов и Ф. А. Смирнов. Действие уксусной кислоты на non-disjunction и трансгенации у *Drosophila melanogaster* 307

БИОЛОГИЯ

Б. В. Кедровский. Новые данные по морфологии белкового обмена веществ животной клетки 312

Р. И. Белкин. Влияние вещества задней доли гипофиза на регенерацию у аксолотлей 317

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

А. И. Потапов. Развитие растений на субтропической почве как функция минерального питания . . . 321

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЗООЛОГИЯ

Н. В. Насонов, академик. Формообразование при вложении под кожу высушенной регенерационной почки у аксолотля 325

ЗООЛОГИЯ

И. И. Шмальгаузен. К фэногенетике некоторых морфологических признаков у домашних кур 331

стр.

CHIMIE

M. Krause, M. Nemcov, and E. Soskina. The Kinetics of Ethylene Polymerization 305

GÉNÉTIQUE

M. Lobašov und F. Smirnov. Über Wirkung der Essigsäure auf non-disjunction und Transgenationen bei *Drosophila melanogaster* 310

BIOLOGIE

B. Kedrovskij. Neue Daten über die Morphologie des Eiweissstoffwechsels der thierischen Zelle 314

R. Belkin. Der Einfluss der Hinterlappensubstanz der Hypophyse auf die Regeneration bei Axolotlen 318

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE

A. Potapov. Plant Growth in Subtropical Soil as a Function of Mineral Nutrition 323

ZOOLOGIE EXPÉRIMENTALE

N. Nasonov, Member of the Academy. Formations Produced in the Axolotl by the Subcutaneous Insertion of a Desiccated Regeneration Bud . 328

ZOOLOGIE

I. Schmalhausen. On the Phenogenetics of Some Morphological Characters in Poultry 335

ДОКЛАДЫ
АКАДЕМИИ НАУК СССР

COMPTES RENDUS
DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE L'URSS

НОВАЯ СЕРИЯ — NOUVELLE SÉRIE

1934

ЯНВАРЬ — МАРТ JANVIER — MARS

ТОМ I — VOLUME I

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР
ЛЕНИНГРАД — LENINGRAD

ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ

1. В „Докладах“ помещаются предварительные сообщения или статьи-конспекты научных работников СССР, содержащие в краткой форме наиболее существенные результаты их работы в области математики, естествознания и теоретической техники.

2. Объем статьи не должен превышать 10 000 печ. знаков.

3. Статьи направляются в редакцию „Докладов“ непосредственно или через действительных членов Академии Наук.

4. Статьи принимаются к напечатанию Редакционной коллегией с отзывом действительных членов Академии Наук по специальности. Статьи членов-корреспондентов Академии Наук, наравне со статьями действительных членов Академии Наук, направляются в Редакционную коллегию непосредственно без отзыва действительных членов Академии Наук.

5. Каждая статья печатается на русском и на одном из иностранных языков, французском, английском или немецком. Автор должен представить вместе с русским текстом статьи ее перевод или резюме на одном из указанных иностранных языков.

6. Объем перевода не должен превышать 10 000 печ. знаков, резюме — не более 8 000 печ. знаков.

7. Цитируемая литература должна быть автором указываема не в подстрочных примечаниях, а в конце статьи общим списком с обозначением в тексте статьи порядковой цифрой ссылки на цитируемую работу.

8. В конце статьи автором должны быть обозначены на русском и иностранном языках название и местонахождение научного учреждения, в котором произведена работа.

9. Иллюстрации в „Докладах“ помещаются лишь в исключительных случаях.

10. Статьи должны быть доставляемы в совершенно готовом к печати виде (переписанными на машинке на одной стороне листа, через два переката).

11. В виду срочности издания корректуры статей авторам не посылаются.

12. Автор получает бесплатно 50 отдельных оттисков своей статьи.

Редакционная Коллегия просит действительных членов Академии Наук при направлении статей в „Доклады“ для напечатания указывать на статьях дату их получения от авторов.

Напечатано по распоряжению Академии Наук СССР
1 апреля 1934 г.

Непременный секретарь академик *В. Волгин*

Редакционная коллегия: академик А. А. Борисяк
академик С. И. Вавилов
академик А. А. Рихтер

Ответственный редактор академик-секретарь ОМЕН А. А. Борисяк

Редактор издания И. М. Эйзен. — Технический редактор М. И. Стеблин-Каменский

616 стр. (1—600 + I—XVI) — 38 1/2 печ. л.

Ленгорлит № 9905. — АНИ № 302. — Заказ № 2888. — Тираж 3000 + 175

Типография Академии Наук СССР. В. О., 9 линия, 12

Доклады Академии Наук СССР 1934

Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de l'URSS

СИСТЕМАТИЧЕСКИЙ УКАЗАТЕЛЬ — INDEX SYSTÉMATIQUE

Математика

стр.

Акад. **С. Н. Бернштейн.** I. О линейных квази-непрерывных цепях Маркова 1

—— О рассеянии с поглощением . . 230

—— II. О линейных квази-непрерывных цепях Маркова 361

И. Верченко и А. Колмогоров. О точках разрыва функций двух переменных . 105

Акад. **И. М. Виноградов.** Новые приложения тригонометрических сумм . . 10

—— Новые асимптотические выражения 49

—— Тригонометрические суммы, зависящие от составного модуля . . 225

—— Новые теоремы о распределении квадратичных вычетов 289

—— Новые теоремы о распределении первообразных корней 366

В. Г. Гоголадзе. Проблема Коши для „обобщенного" волнового уравнения 166

—— Общая задача интегрирования обобщенного волнового уравнения с переменными коэффициентами . 301

А. Н. Колмогоров. О сходимости рядов по ортогональным полиномам 291

Н. С. Кошляков. Об одном определенном интеграле, содержащем цилиндрическую функцию $K_\nu(x)$ 103

В. Д. Купрадзе. О „принципе излучения" А. Зоммерфельда 52

—— Интегральные уравнения для электромагнитных волн 161

—— Теоремы существования и единственности в теории дифракции . 235

С. Г. Михлин. Приведение основных задач плоской теории упругости к интегральному уравнению Фредгольма 295

—— Задача Дирихле для областей с несколькими замкнутыми границами 370

Mathématiques

PAG.

S. Bernstein, de l'Académie. I. Sur les chaînes linéaires de Markov quasi-continues 4

—— Sur la diffusion avec absorption 234

—— II. Sur les chaînes linéaires de Markov quasicontinues 365

I. Verčenko und A. Kolmogorov. Über Unstetigkeitspunkte von Funktionen zweier Veränderlichen 106

I. Vinogradow, Member of the Academy. New Applications of Trigonometrical Polynomials 14

—— New Asymptotical Expressions . 51

—— Trigonometrical Polynomials for Complicated Moduli 229

—— Nouveaux théorèmes sur la distribution des résidus quadratiques . . 290

—— On the Distribution of Primitive Roots 360

V. Gogoladze. Cauchy's Problem for a 'Generalized' Wave Equation . . 169

—— The General Problem of the Integration of a Generalized Wave Equation with Variable Coefficients . . . 304

A. Kolmogorov. Sur la convergence des séries de polynomes orthogonaux . . 294

N. Košliakov. On a Certain Definite Integral Connected with the Cylindric Function $K_\nu(x)$ 104

V. Kupradze. Über das „Ausstrahlungsprinzip" von A. Sommerfeld 55

—— Integralgleichungen für elektromagnetische Wellen 163

——Existenzbeweis und Eindeutigkeitstheorem in der Diffraktionstheorie . 238

S. Michlin. La réduction des problèmes plans fondamentaux de théorie de l'élasticité à une équation intégrale de Fredholm 298

—— Dirichlet's Problem for a Domain with Several Closed Boundaries . . 373

В. В. Паевский. Об одном общем выражении для доживаемости в условиях смертности данного календарного промежутка 381
А. И. Попов. Замечание к работе В. А. Фока „Zur Berechnung des elektromagnetischen Wechselstromfeldes bei ebener Begrenzung“ 380
С. Л. Соболев. Новый метод решения задачи Коши для уравнений и частных производных второго порядка . 433

Г. Т. Соколов. Об одном свойстве тригонометрических сумм 439
В. А. Фок. Новое асимптотическое выражение для Бесселевых функций . 97
—— Об одном определенном интеграле, содержащем цилиндрическую функцию $K_\nu(x)$ 448
Н. Г. Четаев. Одна теорема о неустойчивости 529
Д. И. Шерман. Об одном методе решения статической задачи теории упругости о напряжениях для плоских многосвязных областей 376

Астрономия

Д. И. Еропкин и В. Н. Кондратьев. Атмосферные полосы $O^{16}O^{18}$ в спектре солнца 445
В. Н. Кондратьев и Д. И. Еропкин. Атмосферная полоса пара 6324 A в солнечном спектре 170
В. Крат. О распределении яркости на дисках затменных переменных звезд 59

Физика

Н. Н. Андреев. О возможности видеть броуновское движение невооруженным глазом 62
С. А. Арцыбышев и А. С. Топорец. Новая метода для определения подвижностей металлических ионов в щелочно-галоидных кристаллах . 176
М. П. Бронштейн. К вопросу о релятивистском обобщении принципа неопределенности 388
С. Гвоздовер и Ф. Коновалов. О воздействии потоком медленных электронов на плазму, образованную при разряде в парах ртути 553
Н. А. Добротин. О распределении протонов, выбитых нейтронами 179
Д. Д. Иваненко. Два замечания к теории β-распада 537
А. Ф. Капустинский. К вопросу о составе воздуха в стратосфере 108
Г. С. Кватер, Н. В. Кременевский и А. Н. Филиппов. О спектре поглощения паров таллия в коротковолновой области . 110

Ю. А. Крутков. Доказательство главного свойства канонического распределения для произвольного аггрегата. 305

V. Pajevskij. On a Certain Expression for the Probability of Survivorship . . 385

A. Popov. Bemerkung zur Arbeit von V. Fock „Zur Berechnung des elektromagnetischen Wechselstromfeldes bei ebener Begrenzung . . . 381
S. Sobolev. Nouvelle méthode de résolution du problème de Cauchy pour les équations aux dérivées partielles de second ordre 435
G. Sokolov. Sur une propriété des sommes trigonométriques 441
V. Fock. Neuer asymptotischer Ausdruck für Besselsche Funktionen . . 99
—— On a Certain Definite Integral Connected with the Cylindric Function $K_\nu(x)$ 444
N. Cetajev. Un théorème sur l'instabilité 531
D. Serman. Un problème de théorie de l'élasticité pour les domaines multiplement connexes 397

Astronomie

D. Eropkin und V. Kondratjev. Die atmosphärischen Banden O^{16} O^{18} im Sonnenspektrum 447
V. Kondratjev und D. Eropkin. Die atmosphärische Wasserdampfbande 6324 A im Sonnenspektrum 172
W. Krat. On Darkening at the Limb in Eclipsing Binaries 61

Physique

N. Andrejev. Über die Beobachtung der Brownschen Bewegung mit unbewaffnetem Auge 62
S. Arzybyšev und A. Toporec. Eine neue Methode zur Bestimmung der Beweglichkeit der Metallionen in Alkalihalogenidkristallen 177
M. Bronstein. Zur relativistischen Erweiterung des Unbestimmtheitsprinzipes 390
S. Gvosdover und F. Konovalov. Über die Wirkung eines Stromes langsamer Elektronen auf das Plasma des Quecksilberlichtbogens 555
N. Dobrotin. On the Distribution-in-Angle of Protons projected by Neutrons . 180
D. Iwanenko. Two Remarks on the Theory of β-Radioactivity 538
A. Kapustinskij. Über die Zusammensetzung der Luft in der Stratosphäre . 109
G. Kwater, N. Kremenevsky und I. Filippov. Über das Absorbtionsspektrum des Thaliumdampfes im kurzwelligen Ultraviolett 111
G. Krutkow. Beweis der Haupteigenschaft für ein beliebiges Aggregat 307

Ю. А. Крутков. К теории броуновского движения. О функции распределения $f(v, x, t)$ и об уравнении диффузии 393
—— О линейных задачах теории броуновского движения 479

—— Доказательство статистической механики о соединении и разъединении систем 549
В. Д. Кузнецов и Д. Д. Саратовкин. К вопросу о первичной кристаллизации металлов. Влияние температурного градиента на ориентацию монокристаллов цинка 248
В. Д. Кузнецов, Д. В. Конвисаров и В. И. Строкопытов. Повышение пластичности металлов при знакопеременном пластическом кручении 399
Н. Курчатов, Г. Щепкин, А. Вибе и В. Бернашевский. γ-лучи при бомбардировке бора протонами 486
А. В. Миткевич. О некоторых условиях, способствующих магнитной вязкости 531
М. Романова, А. Рубцов и Г. Покровский. Серебрение зеркальных поверхностей катодным распылением . . . 15
М. Романова и А. Ферхмин. О сверхтонкой структуре зеленой линии криптона 5570 546
М. В. Савостьянова. К вопросу о „возбуждении" щелочно-галоидных кристаллов 113
И. Е. Старик и М. Ю. Дейзенрот-Мысовская. К критике фотографического метода в применении к изучению коллоидного состояния полония . 540

И. Тамм и С. Альтшулер. Магнитный момент нейтрона 455
Ю. М. Толмачев. Качественное и количественное определение лития, рубидия и цезия спектральным путем 464
В. А. Фок. Приближенное представление волновых функций проникающих орбит 241
С. Э. Фриш и В. А. Матвеев. Свойство атомных ядер некоторых элементов . . 460
В. М. Чулановский. Вращательная структура полос молекулы азота в шуманновской области 473
В. М. Чулановский и М. П. Мохнаткин. Тонкое строение линии He II 1640 Å . 471
С. Шубин и С. Вонсовский. К теории обменного взаимодействия 449

G. Krutkow. Zur Theorie der Brownschen Bewegung. Über die Verteilungsfunktionen $f(v, x, t)$ und die Diffusionsgleichung 396
—— Über die linearen Probleme der Theorie der Brownschen Bewegung. I 482
—— Über den Vereinigungs und Trennungssatz der statistischen Mechanik 551
V. Kuznecov und D. Saratovkin. Zur Frage der primären Kristallisation der Metalle. Der Einfluss des Temperaturgradienten auf die Orientierung von Zinkmonokristallen 251
V. Kuznecov, D. Konvisarov und V. Strokopytov. Steigerung der Plastizität von Metallen bei plastischer Drehung mit Zeichenänderung 400
I. Kurčatov, G. Ščepkin, A. Vibe, and V. Bernaševskij. γ-Rays on Bombardement of Boron with Protons 488
A. Mitkevič (Mitkevitch). On Some Conditions Increasing the Phenomenon of Magnetic Viscosity 534
M. Romanova, A. Rubcov und G. Pokrovskij. Versilberung von Spiegelflächen durch Kathodenzerstäubung 17
M. Romanova und A. Ferchmin. Über die Hyperfeinstruktur der grünen Kr-Linie 5570 547
M. Savostjanova. Über die „Erregung" in Alkalihalogenidkristallen 115

I. Starik und M. Dejsenrot-Mysovskaja. Kritik der Anwendung der photographischen Methode bei Untersuchung des kolloidalen Zustandes von Polonium 543
I. Tamm und S. Altschuler. Das magnetische Moment des Neutrons 458
I. Tolmačev. Qualitative und quantitative Bestimmung von Lithium, Rubidium und Cäsium auf spektroskopischem Wege 468
V. Fock. Angenäherte Darstellung der Wellenfunktionen durchdringender Bahnen 244
S. Frisch und V. Matvejev. Über die Kernmomente einiger Elemente 462
V. Čulanovskij. Die Rotationsstruktur der Banden des Stickstoffmoleküls im Schumanngebiet 476
V. Čulanovskij und M. Mochnatkin. Die Feinstruktur der Linie He II 1640 Å . . 472
S. Šubin und S. Vonsovskij. Zur Theorie der Austauschwechselwirkung . . . 452

Биофизика

Акад. П. П. Лазарев, Н. А. Подзоров, И. И. Яковлев и Л. В. Кузьминых. Исследование адаптации при периферическом зрении в разные стадии беременности 182

Biophysique

P. Lazarev, de l'Académie, N. Podzerov, E. Jakovlev et L. Kusminych. Recherches sur l'adaptation dans la vision périphérique aux différents stades de la grossesse 184

Техническая физика

М. П. Воларович. Исследование вязкости расплавленных горных пород . . . 561
М. П. Воларович и Д. М. Толстой. Исследование влияния температуры и электролитов на пластичные свойства каолина 557

Химическая физика

К. К. Андреев и Ю. Б. Харитон. Некоторые соображения о механизме самораспространяющихся реакций . . . 402
С. З. Рогинский и А. Б. Шехтер. О рекомбинации атомов кислорода и водорода на металлах 310

Физическая химия

А. И. Бродский и Ф. И. Трахтенберг. О применении теории Дебая и Гюккеля к неводным растворам 490

Химия

Акад. **А. Н. Бах, З. В. Ермольева и М. П. Степанян.** Связывание атмосферного азота при посредстве энзимов, извлеченных из азотных бактерий . 22

П. П. Будников. Активирование шлаков доменных печей и получение бесклинкерного цемента 255
—— К реакции восстановления сульфата натрия до сернистого натрия . 332

Н. А. Гельд и В. Д. Дьячков. Изучение адсорбции органических веществ на кристаллических поверхностях. I. Влияние электролитов на адсорбцию ониловой кислоты на сернокислом барии 193
Н. А. Гельд и К. Н. Самохвалов. Изучение адсорбции органических веществ на кристаллических поверхностях II. Влияние электролитов на адсорбцию октилового спирта Ag_2S, HgS, $BaSO_4$ и ониловой кислоты на Ag_2S 263
К. М. Горбунова и А. Т. Ваграмян. Механическое активирование поверхности электрода 127
К. М. Горбунова и Ц. А. Аджемян. Электрокристаллизация металлов. IV. Электролитические осадки из расплавленных солей ($AlCl_3$ NaCl) 564
Акад. **Н. Я. Демьянов и А. А. Иванов.** О действии N_2O_3 на аллен и диметилбутадиен 318

М. М. Кацнельсон и М. И. Кабачник. Амидирование с помощью натрий- и калий-амида в ряду алкалоидов. I. Об α-аминоанабазине 406

Physique appliquée

M. Volarovič. Contribution à l'étude de viscosité de roches fondues 564
M. Volarovič et D. Tolstoi. Étude de l'influence de la température et des électrolytes sur les propriétés plastiques du Kaolin 560

Physique chimique

K. Andrejev and J. Chariton. Some Considerations on the Mechanism of Self-Propagating Reactions 404
I. Roginskij and A. Sechter. On Recombination of Oxygen and Hydrogen Atoms on Metallic Surfaces 311

Chimie physique

A. Brodskij und F. Trachtenberg. Über die Anwendbarkeit der Theorie von Debye und Hückel auf nichtwässerige Lösungen 492

Chimie

A. Bach, de l'Académie, **Z. Ermoljeva et M. Stepanjan.** Fixation de l'azote atmosphérique par l'intermédiaire d'enzymes extraites de cultures d'*Azotobacter chvoococcum* 24
P. Budnikov (Budnikoff). The Activation of the Slags of Blast Furnaces and the Preparation of Clinkerless Cement . 259
—— On the Reaction of the Reduction of Sodium Sulphate to Sodium Sulphide 334
N. Held und V. Djačkow. Untersuchungen der Adsorption organischer Substanzen auf Kristalloberflächen. Einfluss der Elektrolyten auf die Adsorption von Nonylsäure auf $BaSO_4$ 198
N. Held und K. Samochvalov. Untersuchung der Adsorption organischer Substanzen auf Kristalloberflächen. II. Einfluss der Elektrolyten auf die Adsorption von Oktylalkohol auf Ag_2S, HgS, $BaSO_4$, sowie von Nonylsäure auf Ag_2S 266
K. Gorbunova et A. Vagramjan. L'activation mécanique à la surface de l'électrode 128
K. Gorbunova et Z. Adžemian. Électrocristallisation des métaux. IV. Structure de l'aluminium déposé dans l'électrolyse de sels en fusion ($AlCl_3$-NaCl) . 568
N. Demjanov, Mitglied der Akademie, und **I. Ivanov,** Über die Einwirkung von N_2O_3 auf Allen und Dimethylbutadien (Diisopropenyl 323
M. Kacnelson (Katznelson) and M. Kabačnik (Kabatschnik). Amidierung mit Hilfe von Natrium- und Kaliumamid in der Reihe der Alkaloide. Über das α-Aminoanabasin 409

И. Л. Кнунянц, Г. В. Челинцев и Е. Д. Осетрова. Новый синтез ацетопропилового спирта 312
И. Н. Назаров. О металлкетилах жирного ряда. II 123
—— О металлкетилах жирно-ароматического ряда 325
М. С. Немцов и Г. В. Сиповский. Исследование катализаторов для деструктивной гидрогенизации. Деструктивная гидрогенизация нафталина в присутствии трехсернистого молибдена 494
Б. А. Никитин. Об одной качественной реакции на радий 19
А. В. Николаев, В. М. Вдовенко и П. Ф. Похил. Об искусственном обезвоживании водных солей солнечной энергией 25
В. И. Николаев и С. А. Глинских. Оксихлорид кальция $3Ca(OH)_2\ CaCl_2 . 11\ H_2O$ 571
В. С. Садиков, В. А. Вадова и Р. Г. Кристаллинская. Применение серной, соляной, фосфорной и азотной кислот и щелочей при каталитическом расщеплении белков 411
—— Экстракционное фракционирование белковых катализатов органическими растворителями 500
В. С. Садиков и Е. В. Линдквист-Рысанова. Отношение диаминокислот белковых гидролизатов к пермутиту . . 575

Г. В. Челинцев, И. Л. Кнунянц и З. В. Беневоленская. Строение и синтез новых антималярийных веществ. Строение „Атебрина“ 63
И. И. Черняев и А. М. Рубинштейн. О взаимодействии пиридина с солями Клеве и Жерара 187
Акад. А. Е. Чичибабин и М. П. Опарина. Летучее основание корней валерианы . 119

Биохимия

С. Д. Балаховский. К вопросу о роли каротина в организме 28

Биология

Р. И. Белкин. Этюды по регенерации у амфибий. I. Регенерация конечностей на спине 505
Б. Д. Морозов. Стимулирующее действие эмбриональных экстрактов и тканей на регенерацию у амфибий . . 337
А. Студитский. О потенциях надкостницы первичного и вторичного окостенения по данным культур на аллантоисе 74

—— Роль взаимодействия хрящевой ткани и надкостницы в эндохонд-

I. Knunjanc, G. Čelincev, and E. Osetrova. A New Synthesis of Acetopropyl Alcohol 315
I. Nazarov. Über Metallketyle der aliphatischen Reihe. II 125
—— Über Metallketyle der aliphatisch aromatischen Reihe 329
M. Nemcov und G. Sipovskij. Untersuchung der Katalysatoren für destruktive Hydrogenisation. I. Hydrodgenisation des Naphtalins in Gegenwart von Molybdänsulfid 498

B. Nikitin. Über eine qualitative Reaktion auf Radium 20
A. Nikolajev, V. Vdovenko, and P. Pochii. Artificial Dehydration of Hydrated Salts by Means of Solar Energy 26

V. Nikolajev and S. Glinskich. Calcium Oxychloride $3Ca(OH)_2 . CaCl_2 . 11\ H_2O$. 574

V. Sadikov (Ssadikow), V. Vadova und R. Kristallinskaja. Anwendungen H_2SO_4, HCl, H_3PO_4, HNO_3 und von Alkalien zur katalytischen Spaltung der Eiweisskörper 415
—— Fraktionierung von Eiweisskatalysaten mit Hilfe von organischen Extraktionsmitteln. II 504
V. Sadikov (Ssadikow) und E. Lindquist-Rysakova. Verhalten der Diaminosäuren von Eiweisshydrolysaten gegen Permutit 578
G. Čelincev, I. Knunjanc, and Z. Benevolenskaja. The Structure and Synthesis of New Antimalarial Substances. The Structure of 'Atebrin' 65
I. Černjajev and A. Rubinstein. The Reaction of Pyridine with Cleve's and Gérard's Salts 189
A. Čičibabin (Tschitshibabin), Member of the Academy, and M. Oparina. The Volatile Base of Valerian Roots 121

Biochimie

S. Balachovskij. Recherches sur le rôle du carotène dans l'organisme . . . 29

Biologie

R. Belkin. Studien über die Regeneration bei Amphibien. I. Regeneration von Extremitäten am Rücken 506
B. Morosov. Stimulation de régénération chez les amphibies par des tissus et extraits embryonnaires 339
A. Studitskij. On the Potencies Possessed by the Periosteum of Primary and Secondary Ossification according to the Data Obtained by the Cultivation of Periosteal Grafts on the Allantois 77
—— The Interaction of Cartilaginous Tissue and the Periosteum and its

ральном процессе по данным культур на аллантоисе 199

А. Студитский. Об условиях дифференцировки костной ткани человеческого зародыша в культурах на аллантоисе 267

Генетика

Ю. Я. Керкис. Гибридизация *Drosophila melanogaster* и *Drosophila simulans* в связи с вопросом о причинах стерильности междувидовых гибридов животных 31

Д. Костов. Экспериментальное получение полигеномных гибридов . . . 217

—— Кроссинговер у видовых гибридов *Nicotiana* 598

А. А. Прокофьева. Исследование морфологии хромозом некоторых рыб и амфибий 80

Физиология животных

Э. Асратян. Системность работы больших полушарий головного мозга . 510

—— Влияние одновременной перерезки обоих шейных симпатических нервов на пищевые условные рефлексы у собак 578

А. Ю. Харит и И. И. Федоров. К вопросу об окислительно-восстановительных процессах при мышечной работе. I. Изменение окислительно-восстановительного потенциала рингеровской жидкости при прохождении через изолированное работающее сердце 68

—— К вопросу об окислительно-восстановительных процессах при мышечной работе. II. Окислительно-восстановительный потенциал крови и мочи при мышечной работе 130

Физиология растений

Р. М. Барцинский. О прорастании семян заразихи, поражающей подсолнечник 340

О. А. Вальтер и М. Ф. Лилиенштерн. К диагностике пола у конопли 515

Л. Г. Добрунов. Особенности роста конопли при недостаточном количестве питательных веществ в почве 281

И. А. Коломиец. К вопросу о „критическом периоде“ у пшеницы . . . 272

И. Ф. Лященко. О цветении рода *Cucurbita* 416

В. А. Новиков, А. И. Гречушников и Я. Н. Барменков. Накопление каучука в корнях тау-сагыза как результат оттока из листьев 205

Role in the Endochondral Process according to Data Obtained from Grafts Transplanted on to the Allantois 202

A. Studitskij. On the Conditions of the Differentiation of the Osseous Tissue of a Human Embryo in Grafts on the Allantois 259

Genetique

J. Kerkis. Hybridization between *Drosophila melanogaster* and *Drosophila simulans* and the Question of the Causes of Sterility in Interspecific Animal Hybrids 34

D. Koslov. Polygenom Hybrids Experimentally Produced 220

—— Crossing over in *Nicotiana* Species Hybrids 596

A. Prokofjeva. Investigation on the Chromosome Morphology of some Pisces and Amphibia 84

Physiologie des animaux

E. Asratian. Systematism in the Work of the Great Hemispheres of the Brain. 512

—— The Effect of a Simultaneous Cutting of Both Jugular Sympathetic Nerves upon Food Conditioned Reflexes in Dogs 581

A. Charit und I. Fedorov. Von den im Verlauf der Muskelarbeit sich abspielenden Oxydations-Reduktionsprozessen. I. Die Änderungen des Oxydations-Reduktionspotentials der Ringer'schen Flüssigkeit bei Durchlassen durch ein isoliertes Herz 71

—— Von den im Verlauf der Muskelarbeit sich abspielenden Oxydationskeduktionsprozessen. II Das Oxydationspotential von Blut und Harn unter dem Einflus von Muskelarbeit 133

Physiologie des plantes

R. Barcinsky. On the Germination of the Seeds of *Orobanche Cumana* 348

O. Walther and **M. Lilienstern.** Contribution to the Diagnosis of Sex in Hemp . . 518

L. Dobrunov. Growth Peculiarities of Hemp as a Result of a Lack of Nutritive Substances in the Soil . . . 285

I. Kolomiec. On 'Critical Period' in the Development of Wheat 277

I. Liaščenko. Über die eigenartige Blütenformbildung bei einigen Arten der Gattung *Cucurbita* 417

V. Novikov, A. Grečušnikov, and **I. Barmenkov.** The Accumulation of Rubber in the Roots of Tau-Sagyz as a Result of its Disappearance from the Leaves . 207

А. И. Потапов. Новые колориметрические методы определения токсического алюминия в почве 589
Д. А. Сабинин. I. Обменная адсорбция на корневых системах. II. О влиянии техники и сроков внесения удобрений на природу растений 136

С. В. Солдатенков и М. Г. Кубли. Влияние этилового спирта на созревание томат 85
Н. Удольская. Засухоустойчивость сортов яровой пшеницы 583
В. И. Цивинский. О холодостойкости хлопчатника 147
М. Х. Чайлахян. Влияние длины дня на хлорофиллоносный аппарат растений 37
М. Школьник. К физиологической роли бора 141

Микробиология

Б. Л. Исаченко, М. М. Ончукова, А. А. Предтеченская и Т. В. Липская. О самонагревании зерна 507

Зоология

Е. Ф. Гурьянова. Фауна ракообразных Карского моря и пути проникновения морской атлантической фауны в Арктику 91
Н. И. Калабухов. „Анабиоз" у позвоночных и насекомых при температуре ниже 0° 419
В. П. Поспелов. Имагинальная диапауза и бесплодие у бабочек 347
Б. Б. Родендорф. О новых видах тахин из пределов СССР (*Diptera, Larvaevoridae*) 151
Е. П. Спастененко. Новый вид морской собачки из Черного моря, *Blennius Knipowitschi* sp. n. 357
С. А. Чернов. К систематике и распространению *Agkistrodon* (*Ophidia*) в Советском Союзе 350

Геология

Л. А. Варданянц. О возрасте рельефа Предкавказья 427
О. С. Вялов. Заметка о нижнем палеогене Бухары 43
О. С. Вялов и Р. И. Вялова. Возраст туфогенной свиты Кавказского флиша . 155

Палеонтология

Б. К. Лихарев. О некоторых новых родах верхнепалеозойских брахиопод . . 210

Геохимия

А. П. Виноградов. Происхождение иода (и брома) в нефтеносных водах . . 214

Гидрология

Г. Ю. Верещагин. Термические особенности текучих вод 522
Хроника. 223, 287, 360, 599

A. Potapov. Neue Kolorimetrische Verfahren zur Bestimmung von toxischem Aluminium im Boden 591
D. Sabinin. I. Exchange Adsorption in Root Systems. II. On the Influence of the Technique and Time of the Introduction of Fertilizers on the Nature of Plants 138
S. Soldatenkov and M. Cubli. The Effect of Ethyl Alcohol on the Ripening of Tomatoes 88
N. Udolskaja. Drought Resistance of Spring Wheat Varieties 586
V. Civinskij. Capacity of Cotton to Withstand Cold 149
M. Čajlahjan. The Effect of the Length of Day upon the Chlorophyl Apparatus of Plants 40
M. Skolnik. On the Physiological Role of Boron 143

Microbiologie

B. Isačenko (Issatschenko), M. Ončukova, A. Predtečenskaja und T. Lipskaja. Über Selbsterhitzung des Kornes 509

Zoologie

E. Gurjanova. The Crustacea of the Kara Sea and the Ways of the Penetration of Marine Atlantic Fauna into the Arctis 95
N. Kalabuchov. Anabiosis in Vertebrates and Insects at a Temperature below Zero 424
V. Pospelov. Imaginal Diapause and Sterility of Butterflies 349
B. Rohdendorf. Über einige neue Tachinidenarten aus USSR (*Diptera, Larvae voridae*) 152
E. Slastenenko. A New Blennioid Fish, *Blennius Knipowitschi* sp. n., from the Black Sea 358
S. Černov. On the Systematics and Distribution of *Agkistrodon* (*Ophidia*) in the Soviet Union 353

Géologie

L. Vardanianc. On the Age of the Relief of the Ciscaucasia 429
O. Vialov (Vjalov). Sur le paléogène inférieur du Boukhara 45
O. Vialov et R. Vialova. L'âge de la suite tufogène du flysch Caucasien . . . 157

Paléontologie

B. Licharev. On Some New Genera of Upper Palaeozoic Brachiopoda . . . 212

Géochimie

A. Vinogradov. Origin of Iodine and Bromine in Oil-Bearing Waters 216

Hydrologie

G. Vereščagin. Die Thermischen Eigentümlichkeiten fliessender Wasser . 525
Chronique (Announcements), 224, 228, 360. 600

Доклады Академии Наук СССР 1934
Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de l'URSS

АЛФАВИТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

стр.

Аджемян Ц. А. см. **Горбунова К. М.** 564
Альтшулер С. см. **Тамм И.** 455
Андреев К. К. и Харитон Ю. Б. Некоторые соображения о механизме самораспространяющихся реакций 402
Андреев Н. Н. О возможности видеть броуновское движение невооруженным глазом 62
Арцыбышев С. А. и Топорец А. С. Новая метода для определения подвижностей металлических ионов в щелочно-галоидных кристаллах . . . 176
Асратян Э. Системность работы больших полушарий головного мозга. . 510
—— Влияние одновременной перерезки обоих шейных симпатических нервов на пищевые условные рефлексы у собак 578
Балаховский С. Д. К вопросу о роли каротина в организме 28
Барменков Я. Н. см. **Новиков В. А.** 205
Барцинский Р. М. О прорастании семян заразихи, поражающей подсолнечник 340
Бах А. Н. акад., З. В. Ермольева и М. П. Степаниан. Связывание атмосферного азота при посредстве энзимов, извлеченных из азотных бактерий . 22
Белкин Р. И. Этюды по регенерации у амфибий. I. Регенерация конечностей на спине 505
Беневоленская З. В. см. **Челинцев Г. В.** . . 63
Бернашевский В. см. **Курчатов Н.** 486
Бернштейн С. Н. акад. I. О линейных квази-непрерывных цепях Маркова. 1
—— II. О линейных квази-непрерывных цепях Маркова 361
—— О рассеянии с поглощением . . . 280
Бродский А. И. и Трахтенберг Ф. И. О применении теории Дебая и Гюккеля к неводным растворам 490
Бронштейн М. П. К вопросу о релятивистском обобщении принципа неопределенности 388
Будников П. П. Активирование шлаков доменных печей и получение бесклинкерного цемента 255
—— К реакции восстановления сульфата натрия до сернистого натрия . 332
Ваграмян А. Т. см. **Горбунова К. М.** . . . 127
Вадова В. А. см. **Садиков В. С.** 411, 500

стр.

Вальтер О. А. и Лилиенштерн М. Ф. К диагностике пола у конопли 515
Варданянц Л. А. О возрасте рельефа Предкавказья 427
Вдовенко В. М. см. **Николаев А. В.** . . . 25
Верещагин Г. Ю. Термические особенности текучих вод 522
Вибе А. см. **Курчатов Н.** 486
Виноградов А. П. Происхождение иода (и брома) в нефтеносных водах . . 214
Виноградов И. М. акад. Новые приложения тригонометрических сумм. . 10
—— Новые асимптотические выражения 49
—— Тригонометрические суммы, зависящие от составного модуля . . 225
—— Новые теоремы о распределении квадратичных вычетов 289
—— Новые теоремы о распределении первообразных корней 366
Верченко И. и Колмогоров А. О точках разрыва функций двух переменных 105
Воларович М. П. и Толстой Д. М. Исследование влияния температуры и электролитов на пластичные свойства каолина 557
—— Исследование вязкости расплавленных горных пород 561
Вонсовский С. см. **Шубин С.** 449
Вялов О. С. Заметка о нижнем палеогене Бухары 48
Вялов О. С. и Вялова Р. И. Возраст туфогенной свиты Кавказского флиша . 155
Вялова Р. И. см. **Вялов О. С.** 155
Гвоздовер С. и Коновалов Ф. О воздействии потоком медленных электронов на плазму образованную при разряде в парах ртути 553
Гельд Н. А. и Дьячков В. Д. Изучение адсорбции органических веществ на кристаллических поверхностях. I. Влияние электролитов на адсорбцию нониловой кислоты на сернокислом барии 193
Гельд Н. А. и Самохвалов К. Н. Изучение адсорбции органических веществ на кристаллических поверхностях. II. Влияние электролитов на адсорбцию октилового спирта Ag_2S, HgS, $BaSO_4$ и нониловой кислоты на Ag_2S. 263

Гяинских С. А. см. **Николаев В. И.** 517
Гречушников А. И. см. **Новиков В. А.** . . . 205
Гоголадзе В. Г. Проблема Коши для обобщенного волнового уравнения 166
—— Общая задача интегрирования обобщенного уравнения с переменными коэффициентами 301
Горбунова К. М. и **Ваграмян А. Т.** Механическое активирование поверхности электрода 127
Горбунова К. М. и **Аджемян Ц. А.** Электрокристаллизация металлов. IV. Электрические осадки из расплавленных солей ($AlCl_3NaCl$) 564
Гурьянова Е. Ф. Фауна ракообразных Карского моря и пути проникновения морской атлантической фауны в Арктику. 91
Дейзенрот-Мысовская М. Ю. см. **Старик И. Е.** 540
Демьянов Н. Я. акад. и **Иванов А. А.** О действии N_2O_3 на аллен и диметилбутадиен 318
Добротин Н. А. О распределении протонов, выбитых нейтронами . . . 179
Добрунов Л. Г. Особенности роста конопли при недостаточном количестве питательных веществ в почве. 281
Дьячков В. Д. см. **Гельд Н. А.** 198
Ермольева З. В. см. **Бах А. Н.** акад. . . . 22
Еропкин Д. И. и **Кондратьев В. Н.** Атмосферные полосы $O^{16}O^{18}$ в спектре солнца 445
Иваненко Д. Д. Два замечания к теории β-распада 537
Иванов А. А. см. **Демьянов Н. Я.** акад. . . 318
Исаченко Б. Л., **Ончукова М. М.**, **Предтеченская А. А.** и **Липская Т. В.** О самонагревании зерна 507
Кабачник М. И. см. **Кацнельсон М. М.** . . . 406
Калабухов Н. И. „Анабиоз" у позвоночных и насекомых при температуре ниже 0^0 419
Капустинский А. Ф. К вопросу о составе воздуха в стратосфере 108
Кацнельсон М. М. и **Кабачник М. И.** Амидирование с помощью натрий- и калий-амида в ряду алкалоидов I. Об *a*-аминоанабазине 406
Кватер Г. С., **Кременевский Н. В.** и **Филиппов А. Н.** О спектре поглощения паров талия в коротковолновой области . 110
Керкис Ю. Я. Гибридизация *Drosophila melanogaster* и *Drosophila simulans* в связи с вопросом о причинах стерильности междувидовых гибридов животных 111
Кнунянц И. Л., **Челинцев Г. В.** и **Осетрова Е. Д.** Новый синтез ацетопропилового спирта 312
Кнунянц И. Л. см. **Челинцев Г. В.** 63
Колмогоров А. Н. О сходимости рядов по ортогональным полиномам . . . 291
Колмогоров А. Н. см. **Верченко И.** 105
Коломиец И. А. К вопросу о „критическом периоде" у пшениц 272
Конвисаров Д. В. см. **Кузнецов В. Д.** . . . 399
Кондратьев В. Н. и **Еропкин Д. И.** Атмосферная полоса пара 6324 А в солнечном спектре 170
Кондратьев В. Н. см. **Еропкин Д. И.** 445
Коновалов Ф. см. **Гвоздовер С.** 553
Костов Д. Экспериментальное получение полигеномных гибридов . . . 217
—— Кроссинговер у видовых гибридов *Nicotiana* 598
Кошляков Н. С. Об одном определенном интеграле, содержащем цилиндрическую функцию $K_\nu(x)$ 108
Крат В. О распределении яркости на дисках затменных переменных звезд. 59
Кременевский Н. В. см. **Кватер Г. С.** . . . 110
Кристаллинская Р. Г. см. **Садиков В. С.** 411, 500
Крутков Ю. А. Доказательство главного свойства канонического распределения для произвольного аггрегата. 305
—— К теории броуновского движения. О функции распределения $f(v, x, t)$ и об уравнении диффузии 393
—— О линейных задачах теории броуновского движения 480
—— Доказательство статистической механики о соединении и разъединении систем 549
Кубли М. Г. см. **Солдатенков С. В.** 85
Кузнецов В. Д. и **Саратовкин Д. Д.** К вопросу о первичной кристаллизации металлов. Влияние температурного градиента на ориентацию монокристаллов цинка 248
Кузнецов В. Д., **Конвисаров Д. В.** и **Строкопытов В. И.** Повышение пластичности металлов при знакопеременном пластическом кручении 399
Кузьминых Л. В. см. **Лазарев П. П.** акад. . 182
Купрадзе В. Д. О „принципе излучения" А. Зоммерфельда. 52
—— Интегральные уравнения для электромагнитных волн 161
—— Теоремы существования и единственности в теории дифракции . 235
Курчатов Н., **Щепкин Г.**, **Вибе А.** и **Бернашевский.** γ-лучи при бомбардировке бора протонами 486
Лазарев П. П. акад., **Подзоров Н. Д.**, **Яковлев И. И.** и **Кузьминых Л. В.** Исследование адаптации при периферическом зрении в разные стадии беременности 182
Лилиенштерн М. Ф. см. **Вальтер О. А.** . . . 515
Линдквист-Рысанова Е. В. см. **Садиков В. С.** 575
Липская Т. В. см. **Исаченко Б. Л.** 507
Лихарев Б. К. О некоторых новых родах верхнепалеозойских брахиопод . 210
Лященко И. Ф. О цветении рода *Cucurbita* 416
Матвеев В. А. см. **Фриш С. Э.** 460
Миткевич А. В. О некоторых условиях, способствующих магнитной вязкости 531
Михлин С. Г. Приведение основных задач плоской теории упругости к интегральному уравнению Фредгольма 295

Михлин С. Г. Задача Дирихле для областей с несколькими замкнутыми границами 370
Морозов Б. Д. Стимулирующее действие эмбриональных экстрактов и тканей на регенерацию у амфибий 337
Мохнаткин М. П. см. **Чулановский М. В.** . . 471
Назаров И. Н. О металлкетилах жирного ряда 123
—— О металлкетилах жирно-ароматического ряда 325
Немцов М. С. и **Г. В. Сиповский.** Исследование катализаторов для деструктивной гидрогенизации. Деструктивная гидрогенизация нафталина в присутствии трехсернистого молибдена 494
Никитин Б. А. Об одной качественной реакции на радий 19
Николаев А. В., Вдовенко В. В. и **Похил П. Ф.** Об искусственном обезвоживании водных солей солнечной энергией. 25
Николаев В. И. и **Глинских С. А.** Оксихлорид кальция $3Ca(OH)_2 \cdot CaCl_2 \cdot 11H_2O$. 571
Новиков В. А., Гречушников А. И. и **Барменков Я. Н.** Накопление каучука в корнях тау-сагыза как результат оттока из листьев 205
Ончукова М. М. см. **Исаченко Б. Л.** 507
Опарина М. П. см. **Чичибабин А. Е. Акад.** . 119
Осетрова Е. Д, см. **Кнунянц И. Л.** 312
Паевский В. В. Об одном общем выражении для доживаемости в условиях смертности данного календарного промежутка 381
Подзоров Н. А. см. **Лазарев П. П. акад.** . . 182
Покровский Г. см. **Романова М.** 15
Попов А. И. Замечание к работе В. А. Фока „Zur Berechnung des elektromagnetischen Wechselstromfeldes bei ebener Begrenzung.“ 380
Поспелов В. П. Имагинальная диапауза и бесплодие у бабочек 347
Потапов А. И. Новые колориметрические методы определения токсического алюминия в почве 589
Похил П. Ф. см. **Николаев А. В.** 25
Предтеченская А. А. см. **Исаченко Б. Л.** . . 507
Прокофьева А. А. Исследование морфологии хромозом некоторых рыб и амфибий 80
Рогинский С. З. и **Шехтер А. Б.** О рекомбинации атомов кислорода и водорода на металлах 310
Родендорф Б. Б. О новых видах тахин из пределов СССР (*Diptera, Larvaevoridae*) 151
Романова М., Рубцов А. и **Покровский Г.** Серебрение зеркальных поверхностей катодным распылением . . 15
Романова М. и **Ферхмин А.** О сверхтонкой структуре зеленой линии криптона 5570 546
Рубинштейн А. М. см. **Черняев И. И.** 87
Рубцов А. см. **Романова М.** 15
Сабинин Д. А. I. Обменная адсорбция на корневых системах. II. О влиянии техники и сроков внесения удобрений на природу растений 136
Савостьянова М. В. К вопросу о „возбуждении“ щелочно - галоидных кристаллов 113
Садиков В. С., Вадова В. А. и **Кристаллинская Р. Г.** Применение серной, соляной, фосфорной и азотной кислот и щелочей при каталитическом расщеплении белков. 411
—— Экстракционное фракционирование белковых катализаторов органическими растворителями. II. . . 500
Садиков В. С. и **Е. В. Линдквист-Рысакова.** Отношение диаминокислот белковых гидролизатов к пермутиту . . 575
Самохвалов К. Н. см. **Гельд Н. А.** 263
Саратовкин Д. Д. см. **Кузнецов В. Д.** 248
Сиповский Г. В. см. **Немцов М. С.** 494
Сластененко Е. П. Новый вид морской собачки из Черного моря, *Blennius Knipowitschi* sp. n. 357
Соболев С. Л. Новый метод решения задачи Коши для уравнений и частных производных второго порядка 433
Соколов Г. Т. Об одном свойстве тригонометрических сумм 439
Солдатенков С. В. и **Кубли М. Г.** Влияние этилового спирта на созревание томат 85
Старик И. Е. и **Дейзенрот - Мысовская.** К критике фотографического метода в применении к изучению коллоидного состояния полония . . . 540
Степаниан М. П. см. **Бах А. Н. акад.** . . . 22
Строкопытов В. И. см. **Кузнецов В. Д.** . . . 399
Студитский А. О потенциях надкостницы первичного и вторичного окостенения по данным культур на аллантоисе 74
—— Роль взаимодействия хрящевой ткани и надкостницы в эндохондральном процессе по данным культур на аллантоисе 199
—— Об условиях дифференцировки костной ткани человеческого зародыша в культурах на аллантоисе . 267
Таим И. и **Альтшулер С.** Магнитный момент нейтрона 455
Толмачев Ю. М. Качественное и количественное определение лития, рубидия и цезия спектральным путем. 464
Топорец А. С. см. **Арцыбышев С. А.** 176
Толстой Д. М. см. **Воларович М. П.** 557
Трахтенберг Ф. И. см. **Бродский А. И.** . . . 490
Удольская Н. Засухоустойчивость сортов яровой пшеницы 583
Федоров И. И. см. **Харит А. Ю.** 68, 130
Ферхмин А. см. **Романова М.** 546
Филиппов А. Н. см. **Кватер Г. С.** 110
Фок В. А. Новое асимптотическое выражение для Бесселевых функций. . 97

Фок В. А. Приближенное представление волновых функций проникающих орбит. 241
—— Об одном определенном интеграле, содержащем цилиндрическую функцию $K_\nu(x)$ 448
Фриш С. Э. и Матвеев В. А. Свойство атомных ядер некоторых элементов. 460
Харит А. Ю. и Федоров И. И. К вопросу об окислительно-восстановительных процессах при мышечной работе. I. Изменение окислительно-восстановительного потенциала рингеровской жидкости при прохождении через изолированное работающее сердце 68
—— К вопросу об окислительно-восстановительных процессах при мышечной работе. II. Окислительно-восстановительный потенциал крови и мочи при мышечной работе . 130
Харитон Б. Ю. см. **Андреев К. К.** 402
Цивинский В. И. О холодостойкости хлопчатника 147
Чайлахян М. Х. Влияние длины дня на хлорофиллоносный аппарат растений 37
Челинцев Г. В., Кнунянц И. Л. и Беневоленская З. В. Строение и синтез новых антималярийных веществ. Строение „Атебрина“ 63
Челинцев Г. В. см. **Кнунянц И. Л.** 312
Чернов С. А. К систематике и распространению *Agkistrodon* (*Ophidia*) в Советском Союзе 350
Черняев И. И. и Рубинштейн А. М. О взаимодействии пиридина с солями Клеве и Жерара 187
Четаев Н. Г. Одна теорема о неустойчивости 529
Чичибабин А. Е. акад. **и Опарина М. П.** Летучее основание корней валерианы. 119
Чулановский В. М. Вращательная структура полос молекул азота в шумановской области 473
Чулановский В. М. и Мохнаткин М. П. Тонкое строение линии He II 1640 Å . 471
Шерман Д. И. Об одном методе решения статической задачи теории упругости о напряжениях для плоских многосвязных областей 376
Шехтер А. Б. см. **Рогинский С. З.** 310
Школьник М. К физиологической роли бора 141
Шубин С. и Вонсовский С. К теории обменного взаимодействия 449
Щепкин Г. см. **Курчатов И.** 486
Яковлев И. И. см. **Лазарев П. П.** акад. 182

INDEX ALPHABETIQUE

PAG.

Adžemian Z. v. Gorbunova K. 568
Altschuler S. v. Tamm I. 456
Andrejev N. Über die Beobachtung der Brownschen Bewegung mit unbewaffnetem Auge 62
Andrejev K. and Charlton J. Some Considerations on the Mechanism of Self-Propagating Reactions 404
Arzybyšev K. und Toporec A. Eine neue Methode zur Bestimmung der Beweglichkeit der Metallionen in Alkalihalogenidkristallen 177
Asratian (Hasratian) E. Systematism in the Work of the Great Hemispheres of the Brain. 512
—— The Effect of Simultaneous Cutting of Both Jugular Sympathetic Nerves upon Food Conditioned Reflexes in Dogs 581
Bach A., de l'Académie, Ermoljeva Z. et Stepanjan M. Fixation de l'azote atmosphérique par l'intermédiaire d'enzymes extraites de cultures d'*Azotobacter chroococcum* 24
Balachovskij S. Recherches sur le rôle du carotène dans l'organisme 29
Barcinskij R. On the Germination of the Seeds of *Orobanche Cumana* 343

PAG.

Barmenkov J. v. Novikov V. 207
Belkin R. Studien über die Regeneration bei Amphibien. I. Regeneration von Extremitäten am Rücken 506
Benevolenskaja Z. v. Čelincev G. 65
Bernaševskij I. v. Kurčatov I. 488
Bernstein S., de l'Académie. I. Sur les chaînes linéaires de Markov quasi-continues 4
—— II. Sur les chaînes linéaires de Markov quasicontinues 365
—— Sur la diffusion avec absorption . 234
Brodskij A. und Trachtenberg F. Über die Anwendbarkeit der Theorie von Debye und Hückel auf nichtwässerige Lösungen 492
Bronstein M. Zur relativistischen Erweiterung des Unbestimmtheitsprinzipes 390
Budnikov (Boudnikoff) P. The Activation of the Slags of Blast Furnaces and the Preparation of Clinkerless Cement 259
—— On the Reaction of the Reduction of Sodium Sulphate to Sodium Sulphide 334
Čajlahjan M. The Effect of the Length of Day upon the Chlorophyll Apparatus of Plants 40

Čelincev G., Knunjanc I., and Benevolenskaja Z. The Structure and Synthesis of New Antimalarial Substances. The Structure of 'Atebrin' . . . . . .
Celincev G. v. **K unjanc I.** 315
Černjajev I. and **Rubinstein A.** The Reaction of Pyridine with Cleve's and Gérard's Salts 189
Černov S. On the Systematics and Distribution of *Agkistrodon* (*Ophidia*) in the Soviet Union 353
Cetajev N. Un théorème sur l'instabilité . 531
Charit A. und **Fedorov I.** Von den im Verlauf der Muskelarbeit sich abspielenden Oxydations-Reduktionsprozessen. I. Die Änderungen des Oxydations - Reduktionspotentiales der Ringer'schen Flüssigkeit bei Durchlassen durch ein isoliertes Herz . . 71
—— Von den im Verlauf der Muskelarbeit sich abspielenden Oxydations-Reduktionsprozessen. II. Das Oxydationspotential von Blut und Harn unter dem Einfluss von Muskelarbeit 133
Chariton J. v. **Andrejev K.** 404
Čičibabin A., Member of the Academy, and **Oparina M.** The Volatile Base of Valerian Roots 121
Civinskij V. Capacity of Cotton to Withstand Cold 149
Cubli M. v. **Soldatenkov S.** 88
Čulanovskij V. Die Rotationsstruktur der Banden des Stickstoffmoleküls im Schumanngebiet 476
Čulanovsky V. und **Mochnatkin M.** Feinstruktur der Linie He 11 1640 Å 472
Dejsenrot-Mysovskaja M. v. **Starik I.** . . . 543
Demjanov N., Mitglied der Akademie, und **Ivanov I.** Über die Einwirkung von N_2O_3 auf Allen und Dimethylbutadien (Diisopropenyl) 323
Dlačkov V. v. **Held N.** 198
Dobrotin N. On the Distribution-in-Angle of Protons Projected by Neutrons . 180
Dobrunov I. Growth Peculiarities of Hemp as a Result of a Lack of Nutritive Substances in the Soil 285
Ermoljeva Z. v. **Bach A.**, de l'Académie . . 24
Eropkin D. v. **Kondratjev V.** 172
Eropkin D. und **Kondratjev V.** Die atmosphärischen Banden $O^{16}O^{18}$ im Sonnenspektrum 447
Fedorov I. v. **Charit A.** 71, 133
Ferchmin A. v. **Romanova M.** 547
Filippov A. v. **Kwater G.** 111
Fock V. Neuer asymptotischer Ausdruck für Besselsche Funktionen 99
—— Angenäherte Darstellung der Wellenfunktionen durchdringender Bahnen 244
—— On a Certain Definite Integral Connected with the Cylindric Function $K_\nu(x)$ 444
Frisch S. und **Matvejev V.** Über die Kernmomente einiger Elemente 462
Gilnskich S. v. **Nikolajev V.** 574
Gogoladze V. Cauchy's Problem for a 'Generalized' Wave Equation . . . 16
—— The General Problem of the Integration of a Generalized Wave Equation with Variable Coefficients. 304
Gorbunova K. et **Vagramjan A.** L'activité mécanique à la surface de l'électrode. 128
Gorbunova K. et **Adžemian Z.** Électrocristallisation des métaux. IV. Structure de l'aluminium déposé dans l'électrolyse de sels en fusion ($AlCl_3$—NaCl) 568
Grečušnikov A. v. **Novikov V.** 207
Gurjanova E. The Crustacea of the Kara Sea and the Ways of the Penetration of Marine Atlantic Fauna into the Arctis 95
Gvosdover S. und **Konovalov F.** Über die Wirkung eines Stromes langsamer Elektronen auf das Plasma des Quecksiberlichtbogens 555
Hasratian E. v. **Asratian E.** 512, 581
Held N. und **Djačkov V.** Untersuchungen der Adsorption organischer Substanzen auf Kristalloberflächen. Einfluss der Elektrolyten auf die Adsorption von Nonylsäure auf $BaSO_4$ 198
Held N. und **Samochvalov K.** Untersuchung der Adsorption organischer Substanzen auf Kristalloberflächen. II. Einfluss der Elektrolyten auf die Adsorption von Oktylalkohol auf Ag_2S, HgS, $BaSO_4$, sowie von Nonylsäure auf Ag_2S. 266
Ivanenko D. Two Remarks on the Theory of β-Radioactivity 538
Ivanov A. v. **Demjanov**, Mitglied der Akademie 328
Isačenko (Issatschenko) B., Ončukova M., Predtečenskaja A. und **Lipskaja T.** Über Selbsterhitzung des Kornes 509
Jakovlev E. v. **Lazarev P.**, de l'Académie . 184
Kabačnik (Kabatschnik) M. v. **Kacnelson M.** . 409
Kacnelson (Katznelson) M. und **Kabačnik (Kabatschnik) M.** Amidierung mit Hilfe von Natrium- und Kaliumamid in der Reihe der Alkaloide. I. Über das α-Aminoanabasin 409
Kalabuchov N. Anabiosis in Vertebrates and Insects at a Temperature below Zero. 424
Kapustinskij A. Über die Zusammensetzung der Luft in der Stratosphäre . 109
Kerkis J. Hybridization between *Drosophila melanogaster* and *Drosophila simulans* and the Question of the Causes of Sterility in Interspecific Animal Hybrids 34
Knunjanc I. v. **Čelincev G.** 65
Knunjanc I., Čelincev G., and **Osetrova E.** A New Synthesis of Acetopropyl Alcohol 315
Kolmogorov A. Sur la convergence des séries de polynomes orthogonaux . . 294
Kolmogorov A. v. **Verčenko I.** 106
Kolomiec I. On 'Critical Period' in the Development of Wheat 277

Kondratjev V. und **Eropkin D.** Die atmosphärische Wasserdampfbande 6324 im Sonnenspektrum 172
Kondratjev V. v. **Eropkin D.** 447
Konovalov F. v. **Gvosdover S.** 555
Konvisarov D. v. **Kuznecov V.** 400
Košljakov N. On a Certain Definite Integral Connected with the Cylindric Function $K_\nu(x)$ 104
Kostov D. Polygenom Hybrids Experimentally Produced 220
—— Crossing over in *Nicotiana* Species Hybrids 596
Krat W. On Darkening at the Limb in Eclipsing Binaries 61
Kremenevsky N. v. **Kwater G.** 111
Kristallinskaja R. v. **Sadikov (Ssadikow) V.** 415, 504
Krutkow G. Beweis der Haupteigenschaft der kanonischen Verteilung für ein beliebiges Aggregat 307
—— Über die linearen Probleme der Theorie der Brownschen Bewegung. I 482
—— Zur Theorie der Brownschen Bewegung. Über die Verteilungsfunktionen $f(v, x, t)$ und die Diffusionsgleichung 396
—— Über den Vereinigungs- und Trennungssatz der statistischen Mechanik 551
Kupradze V. Über das „Ausstrahlungsprinzip" von A. Sommerfeld 55
—— Integralgleichungen für elektromagnetische Wellen 166
—— Existenzbeweis und Eindeutigkeitstheorem in der Diffraktionstheorie 238
Kurčatov I., Ščepkin G., Vibe A., and **Bernaševskij** γ-Rays on Bombardement of Boron with Protons 488
Kusminych L. v. **Lazarev P.,** de l'Académie 184
Kuznecov V. und **Saratovkin D.** Zur Frage der primären Kristallisation der Metalle. Der Einfluss des Temperaturgradienten auf die Orientierung von Zinkmonokristallen 251
Kuznecov V., Konvisarov D. und **Strokopytov V.** Steigerung der Plastizität von Metallen bei plastischer Drehung mit Zeichenänderung 400
Kwater G., Kremenevsky N. und **Filippov I.** Über das Absorptionsspektrum des Thalliumdampfes im kurzwelligen Ultraviolett 111
Lazarev P., de l'Académie, **Podzorov N., Jakovlev E.** et **Kusminych L.** Recherches sur l'adaptation dans la vision périphérique aux différents stades de la grossesse 184
Ljaščenko I. Über die eigenartige Blütenformbildung bei einigen Arten der Gattung *Cucurbita* 417
Licharev B. On Some New Genera of Upper Palaeozoic Brachiopoda 212
Lilienstern M. v. **Walther O.** 518
Lindquist-Rysakova E. v. **Sadikov (Ssadikov) V.** 578
Lipskaja T. v. **Isačenko B.** 509
Matvejev V. v. **Frisch S.** 462
Michlin S. La réduction des problèmes plans fondamentaux de théorie de l'élasticité à une équation intégrale de Fredholm 298
—— Dirichlet's Problem for a Domain with Several Closed Boundaries 373
Mitkevič (Mitkevitch) A. On Some Conditions Increasing the Phenomenon of Magnetic Viscosity 534
Mochnatkin M. v. **Čilanovskij V.** 472
Morozov B. Stimulation de régénération chez les amphibies par des tissus et extraits embryonnaires 339
Nazarov I. Über Metallketyle der aliphatischen Reihe 125
—— Über Metallketyle der aliphatischen aromatischen Reihe . . . 329
Nemcov M. und **Sipovskij G.** Untersuchung der Katalysatoren für destruktive Hydrogenisation. I. Hydrogenisation des Naphtalins in Gegenwart von Molybdänsulfid 498
Nikitin B. Über eine qualitative Reaktion auf Radium 20
Nikolajev A., Vdovenko V., and **Pochil P.** Artificial Dehydration of Hydrated Salts by Means of Solar Energy 26
Nikolajev V. and **Glinskich S.** Calcium Oxychloride $3Ca(OH)_2 \cdot CaCl_2\,11\,H_2O$. 574
Novikov V., Grečuškinov A., and **Barmenkov J.** The Accumulation of Rubber in the Roots of Tau-Sagyz as a Result of its Disappearance from the Leaves . 207
Ončukova M. v. **Isačenko B.** 509
Oparina M. v. **Čičibabin A.,** Member of the Academy 121
Osetrova E. v. **Knunjanc I.** 315
Pajevskij V. On a Certain Expression for the Probability of Survivorship . . 385
Pochil P. v. **Nikolajev A.** 26
Podzorov N. v. **Lazarev P.,** de l'Académie . 184
Pokrovskij G. v. **Romanova M.** 17
Popov A. Bemerkung zur Arbeit von V. Fock „Zur Berechnung des elektromagnetischen Wechselstromfeldes bei ebener Begrenzung . . . 381
Pospelov V. Imaginal Diapause and Sterility of Butterflies 349
Potapov A. Neue Kolorimetrische Verfahren zur Bestimmung von toxischem Aluminium im Boden 591
Predtečenskaja A. v. **Isačenko B.** 509
Prokofjeva A. Investigation on the Chromosome Morphology of Some Pisces and Amphibia 84
Roginskij S. and **Šechter A.** On the Recombination of Oxygen and Hydrogen Atoms on Metallic Surfaces 311
Rohdendorf B. Über einige neue Tachinidenarten aus USSR (*Diptera, Larvaevoridae*) 152

Romanova M., Rubcov A. und **Pokrovskij G.** Versilberung von Spiegelflächen durch Kathodenzerstäubung . . . 17
Romanova M. und **Ferchmin A.** Über die Hyperfeinstruktur der grünen Kr-Linie 5570 547
Rubcov A. v. **Romanova M.** 17
Rubinstein A. v. **Černiajev I.** 189
Sabinin D. I. Exchange Adsorption in Root Systems. II. On the Influence of the Technique and Time of the Introduction of Fertilzers on the Nature of Plants 138
Sadikov (Ssadikow) V., Vadova V. und **Kristallinskaja R.** Anwendung von H_2SO_4, HCl, H_3PO_4, HNO_3 und von Alkalien zur katalytischen Spaltung der Eiweisskörper 415
—— Fraktionierung von Eiweisskatalysaten mit Hilfe von organischen Extraktionsmitteln. II 504
Sadikov (Ssadikow) V. und **Lindquist-Rysakova. E.** Verhalten der Diaminosäuren von Eiweisshydrolysaten gegen Permutit 578
Samochvalov K. v. **Held N.** 266
Saratovkin D. v. **Kuznecov V.** 251
Savostjanova M. Über die „Erregung" in Alkalihalogenidkristallen 115
Ščepkin G. v. **Kurčatov I.** 488
Šechter A. v. **Roginskij S.** 311
Šerman D. Un problème de théorie de l'élasticité pour les domaines multiplement connexes 379
Šipovskij G. v. **Nemcov M.** 498
Skolnik M. On the Physiological Role of Boron 143
Slastenenko E. A New Blennioid Fish, *Blennius Knipowitschi* sp. n., from the Black Sea 358
Sobolev S. Nouvelle méthode de résolution du problème de Cauchy pour les équations aux dérivées partielles de second orde 435
Sokolov G. Sur une propriété des sommes trigonométriques 441
Soldatenkov S. and **Cubli M.** The Effect of Ethyl Alcohol on the Ripening of Tomatoes 88
Starik I. und **Dejsenrot-Mysovskaja M.** Zur Kritik der Anwendung der photographischen Methode bei Untersuchung des kolloidalen Zustandes von Polonium 543
Stepanjan M. v. **Bach A.**, de l'Académie 24
Strokopytov V. v. **Kuznecov V.** 400
Studitskij A. On the Potencies Possessed by the Periosteum of Primary and Secondary Ossification According to the Data Obtained by the Cultivation of Periosteal grafts on the Allantois 77
—— The Interaction of Cartilaginous Tissue and the Periosteum and its robe in the Endochondral Process According to Data Obtained from Grafts Transplanted on to the Allantois 202
Studitskij A. On the Conditions of the Differentiation of the Osseous Tissue of a Human Embryo in Grafts on the Allantois 269
Šubin S. und **Vonsovskij S.** Zur Theorie der Austauschwechselwirking 452
Tamm I. und **Altschuler S.** Das magnetische Moment des Neutrons 458
Tolmačev I. Qualitative und Quantitative Bestimmung von Lithium, Rubidium und Cäsium auf spektroskopischem Wege 467
Tolstoi D. v. **Volarovič M.** 560
Toporec A. v. **Arzybyšev S.** 177
Trachtenberg F. v. **Brodskij A.** 492
Udolskaja N. Drought Resistance of Spring Wheat Varieties 586
Vadova V. v. **Sadikov (Ssadikow) V.** . . 415, 504
Vagramjan A. v. **Gorbunova K.** 128
Vardanianc L. On the Age of the Relief of the Ciscaucasia 429
Vdovenko V. v. **Nikolajev A.** 26
Verčenko L. und **Kolmogorov A.** Über Unstetigkeitspunkte von Funktionen zweier Veränderlichen 106
Vereščagin G. Die thermischen Eigentümlichkeiten fliessender Wasser 525
Vialov O. Sur le paléogène inférieur du Boukhara 45
Vialov O. et **Vialova R.** L'age de la suite tufogène du flysch Caucasien . . . 157
Vibe A. v. **Kurčatov I.** 488
Vinogradov A. Origin of Iodine and Bromine in Oil-Bearing Waters 216
Vinogradow I., Member of the Academy. New Applications of Trigonometrical Polynomials 14
—— New Asymptotical Expressions . 51
—— Trigonometrical Polynomials for Complicated Moduli 229
—— Nouveaux théorèmes sur la distribution des résidus quadratiques . . 290
—— On the Distribution of Primitive Roots. 360
Volarovič M. Contribution à l'étude de la viscosité des roches fondues 564
Volarovič M. et **Tolstoi D.** Étude de l'influence de la température et des électrolytes sur les propriétés plastiques du kaolin 560
Vonsovskij S. v. **Šubin S.** 452
Walther O. and **Lilienstern.** Contribution to the Diagnosis of Sex in Hemp . . . 518

Доклады Академии Наук СССР 1934
Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de l'URSS

МАТЕМАТИКА

П. С. НОВИКОВ

ОБ ОДНОМ СВОЙСТВЕ АНАЛИТИЧЕСКИХ МНОЖЕСТВ

(Представлено академиком Н. Н. Лузиным 19 IV 1934)

Фундаментальная теорема теории аналитических множеств, принадлежащая акад. Н. Н. Лузину (1), заключается в том, что *всякие два аналитические множества, неимеющие общей точки, отделимы друг от друга двумя непересекающимися множествами измеримыми B.*

Теорема I настоящего сообщения устанавливает одно свойство аналитических множеств, которое можно рассматривать, как дальнейшее естественное обобщение отделимости.

Теорема II является собственно приложением понятия обобщенной отделимости. Акад. Н. Н. Лузин доказал, что *всякое плоское аналитическое множество, пересекающееся с каждой прямой параллельной оси OY не более как по счетному числу точек, содержится в множестве измеримом B, обладающем тем же самым свойством* (2). Теорема II является уточнением этого результата на тот случай, когда плоское аналитическое множество пересекается прямыми параллельными оси OY по конечному и ограниченному числу точек.

В дальнейшем, для сокращения формулировок, мы будем пользоваться следующей терминологией: многозначную функцию $f(x)$ такую, что соответствующая ей плоская кривая $y=f(x)$ есть множество измеримое B, мы будем называть функцией измеримой B (3). Если же плоская кривая $y=f(x)$ является плоским аналитическим множеством точек, тогда соответствующую функцию $f(x)$ будем называть аналитической функцией.

Теорема I. Всякие n аналитических множеств $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n$, неимеющие общей им всем точки, можно соответственно заключить в n множеств $E_1, E_2, \ldots, E_n$ измеримых B, также неимеющих общей им всем точки.

Доказательство. Для $n=2$ мы имеем случай обычной отделимости, и теорема верна. Проследуем теперь полной индукцией и допустим, что теорема верна для числа n. Пусть теперь даны аналитические множества $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n, \varepsilon_{n+1}$, неимеющие общей им всем точки. Теорема согласно допущению верна для n аналитических множеств $\varepsilon_1 \times \varepsilon_2, \varepsilon_3, \ldots, \varepsilon_n, \varepsilon_{n+1}$. Обозначим через $L_1, L_2, \ldots, L_n$ содержащие их соответственно множества измеримые B, неимеющие общей им всем точки. Два аналитических множества $\varepsilon_1 - L_1$ и $\varepsilon_2 - L_2$ не могут иметь, очевидно, общей точки. Поэтому можно найти два множества L_1 и L_2 измеримые B, неимеющие общей точки и соответственно покрывающие $\varepsilon_1 - L_1$ и $\varepsilon_2 - L_1$. Полагая

$$E_1=\widetilde{L}_1+L_1;\ E_2=\widetilde{L}_1+L_2;\ E_3=L_2;\ \ldots,\ E_{n+1}=L_n,$$

мы, очевидно, имеем теорему верной и для числа $n+1$.

Ч. т. д.

Следствие. Для всякой последовательности $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n, \ldots$ конечной или счетной аналитических множеств, имеющих произведение n любых из них пустым, существует последовательность соответственно

содержащих их множеств $E_1, E_2, \ldots, E_n, \ldots$ измеримых B, также имеющих произведение n любых из них пустым.

Это следует из того, что множество всех систем по n целых чисел есть счетное.

Теорема II. Пусть дана конечно-значная функция $f(x)$, число значений которой при любом аргументе x не превосходит фиксированного числа n. Если множество $E[a<f(x)<b]$ (4) есть аналитическое множество при всех a и b, то $f(x)$ есть аналитическая функция, и кривая $y=f(x)$ может быть дополнена до конечно-значной кривой $y=\varphi(x)$ измеримой B, причем имеет не более n значений для каждого значения x.

Доказательство. Обозначим множество $E[a<f(x)\leqslant b]$ через H_{ab}, а множество $E[a\leqslant f(x)\leqslant b]$ через F_{ab}. Ясно, что H_{ab} есть аналитическое множество, так как

$$H_{ab}=\sum_{i=2}^{\infty} F_{a+\frac{b-a}{i},\, b}.$$

Для простоты рассуждений будем предполагать, что кривая $y=f(x)$ содержится внутри квадрата $0<x<1$; $0<y<1$. Пусть q есть целое число, большее n. Рассмотрим прямые

$$y=\frac{i}{q};\ i=1, 2, 3, \ldots, q \text{ и полосы } \frac{i-1}{q}<y\leqslant\frac{i}{q}.$$

Пересечение каждых

$$n+1 \text{ множеств } H_{\frac{i-1}{q},\,\frac{i}{q}}$$

пусто, иначе функция $f(x)$ имела бы n значений для некоторых x. Если так, то можно найти q измеримых B множеств $E_{1q}E_{2q}, \ldots, E_{qq}$, из которых каждые n не имеют общей точки и таких что

$$E_{iq}>H_{\frac{i-1}{q},\,\frac{i}{q}}.$$

Проведем из точек E_{iq} перпендикуляры к оси OX и рассмотрим пересечение множества этих перпендикуляров с i-ой полосой. Это есть множество измеримое B, содержащее часть кривой $y=f(x)$, находящуюся в i-ой полосе и проектирующуюся на ось OX в E_{iq}. Назовем это множество N_{iq}. Сумма всех N_{iq} содержит всю кривую $y=f(x)$. Обозначим эту сумму N_q. Пусть $N=N_{n+1}\cdot N_{n+2}\cdot\ldots\cdot N_{n+k}\cdot\ldots$ Очевидно N не пусто и содержит кривую $y=f(x)$. Покажем, что N есть конечно-значная кривая измеримая B, пересекающаяся с каждым перпендикуляром к оси OX не более как в n точках. Предположим противное: в таком случае существует перпендикуляр к оси OX, пересекающий N в точках $a_1, a_2, \ldots, a_r$; $r>n$. Пусть наименьшее расстояние между точками a_ν есть δ. Выберем целое число m так, что ширина полосы $\frac{i-1}{m}<y<\frac{i}{m}$, равная $\frac{1}{m}$, была бы меньше δ. Тогда очевидно, точки a_ν попадут в разные полосы и будут принадлежать r различным множествам N_{im}. Так как все a_ν имеют одну и ту же проекцию на ось OX, то проекции r различных множеств N_{im} имеют общую точку. Но эти проекции суть множества E_{im} и, следовательно, существует r множеств E_{im} с общей точкой, чего не может быть. Итак N есть кривая измеримая B, покрывающая кривую $y=f(x)$ и пересекающаяся с каждым перпендикуляром к оси OX не более, чем в n точках. Остается показать, что кривая $y=f(x)$ есть плоское аналитическое множество. Возьмем

полосу $p \leqslant y \leqslant q$, где p и q суть фиксированные рациональные числа, и рассмотрим совокупность тех сегментов $p \leqslant y \leqslant q$, лежащих на прямой $x = c$, которые пересекаются с N в одной точке. Пересечение этого множества сегментов с кривой N обозначим Q_{pq}. Известно, что множество такого типа есть множество измеримое B. Так как для каждой точки $A(x_0, y_0)$ множества N найдется сегмент $p_0 \leqslant y \leqslant q_0$, лежащий на прямой $x = x_0$, на котором эта точка будет находиться в единственном числе, то

$$N = \sum Q_{pq}$$

(суммированием распространяется по всем p и q). Часть множества Q_{pq}, принадлежащую кривой $y = f(x)$, мы обозначим через U_{pq}. Очевидно, что сумма

$$\sum U_{pq},$$

выполненная по всем p и q, есть вся наша кривая $y = f(x)$. Но проекция на ось OX множества U_{pq} есть очевидно пересечение F_{pq} с проекцией Q_{pq}; с другой стороны, F_{pq} есть аналитическое множество и Q_{pq} есть множество измеримое B. Отсюда следует, что проекция U_{pq} есть аналитическое множество. Так как U_{pq} покрыта однозначной кривой Q_{pq} измеримой B, то U_{pq} есть также аналитическое множество и, следовательно, вся плоская кривая $y = f(x)$ есть аналитическое множество.

Из доказанной теоремы вытекают два следствия:

I. Конечно-значная аналитическая функция, определенная на некотором множестве E измеримом B и такая, что каждому x отвечает одно и то же число значений y, есть функция измеримая B.

II. Для того чтобы конечно-значная аналитическая функция $y = f(x)$ была функцией измеримой B, необходимо и достаточно, чтобы каждое множество значений аргумента x, которым соответствует одно и то же число значений переменного y, было бы множество измеримое B. В данном случае нет необходимости предполагать, что число значений переменного y есть ограниченное сверху для всех значений аргумента x.

Поступило
19 IV 1934.

MATHÉMATIQUES

SUR UNE PROPRIÉTÉ DES ENSEMBLES ANALYTIQUES

Par N. NOVIKOV (NOVIKOFF)

(Présenté par N. Lusin, de l'Académie, le 19. IV. 1934)

RÉSUMÉ

Le but de cette communication est de considérer un certain phénomène qu'on rencontre en étudiant la séparabilité des ensembles analytiques.

Nous allons énoncer d'abord un théorème important dû à N. Lusin [1] et relatif à la séparation de deux ensembles analytiques: *deux ensembles analytiques n'ayant aucun point commun sont toujours séparables B.*

Il est naturel de poser la question suivante: ce résultat fondamental de la théorie des ensembles analytiques peût il être étendu d'une manière naturelleaucas de trois, quatre, et en général d'un nombre fini d'ensembles analytiques?

Le problème qui nous occupe reçoit une solution précise, toute analogue au théorème cité de N. Lusin: *étant donné un nombre fini d'ensembles*

analytiques $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n$ *et tels qu'il n'existe aucun point qui appartienne à tous ces ensembles simultanément, on sait obtenir n ensembles mesurables B, renfermant respectivement les ensembles analytiques donnés et tels qu'il n'existe aucun point qui appartienne à tous ces ensembles mesurables B simultanément.*

Voici maintenant une application du résultat énoncé. N. Lusin (2), en faisant une étude des fonctions implicites les plus générales, a démontré le théorème suivant: *Si* ε *est un ensemble analytique situé dans le domaine à* $m+1$ *dimensions* $OX_1, X_2, \ldots, X_m Y$, *et tel que chaque parallèle à l'axe OY coupe* ε *en une infinité dénombrable de points au plus, ou bien ne la coupe pas, l'ensemble* ε *peut être regardé comme une partie d'un ensemble H mesurable B ayant la même propriété.*

Ce résultat important de N. Lusin peut être précisé dans le cas particulier où l'ensemble analytique ε possède un nombre fini et borné de points sur chaque droite parallèle à l'axe OX.

Posons d'abord les définitions suivantes:

Une fonction multiforme $f(x)$ (à définition complète ou bien incomplète) est appelée fonction mesurable B (3) ou fonction analytique suivant que l'ensemble ε des points $M(x, y)$, où $y = f(x)$ est mesurable B ou analytique.

Voici maintenant la proposition finale: soit une fonction multiforme $f(x)$ ayant pour chaque valeur de x m valeurs au plus (m étant un nombre fixe). Si l'ensemble $E[a \leqslant f(x) \leqslant b]$ (4) est un ensemble analytique quels que soient a et b, la fonction $f(x)$ est une fonction analytique, et la courbe $y = f(x)$ peut être regardée comme partie d'une courbe $y = \varphi(x)$ mesurable B, ayant m points au plus sur chaque parallèle à l'axe OY.

Manuscrit reçu
le 19.IV.1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА—LITTÉRATURE CITÉE

1 N. Lusin. Leçons sur les ensembles analytiques. Paris, 1930, p. 156.—Ce théorème qui joue, dans la théorie des ensembles analytiques, le rôle d'un principe a été énoncé explicitement et démontré dans son mémoire: Sur les ensembles analytiques. Fund. Math., t. X, p. 52. Voir aussi F. Hausdorff. Grundzüge der Mengenlehre. Zweite Auflage. 2 Loc. cit., p. 247. 3 Ch. de la Vallée Poussin. Intégrales, Fonctions, Classes de Baire, Paris, 1934, deuxième éd., p. 34. 4 La notation classique due à H. Lebesgue et désignant l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles on a $a \leqslant f(x) \leqslant b$. Voir son mémoire: Sur les fonctions représentables analytiquement. Journal des Mathématiques, 1905.

МАТЕМАТИКА

А. А. ЛЯПУНОВ

ОБ ОТДЕЛИМОСТИ АНАЛИТИЧЕСКИХ МНОЖЕСТВ

(Представлено академиком Н. Н. Лузиным 19 IV 1934)

Целью настоящего сообщения является некоторое уточнение результатов Н. Н. Лузина (1), касающихся счетно-формных аналитических множеств, а также обобщение результатов П. С. Новикова (2), касающихся отделимости аналитических множеств.

Теорема I (обобщение теоремы I П. С. Новикова). *Если в фундаментальной области* I_x *дана счетная система аналитических множеств* $E_1, E_2,$

E_2, ..., E_n, ... таких, что $\lim E_n = 0$, *то существует такая система измеримых B множеств* $H_1, H_2, H_3, \ldots H_n, \ldots$ *что* $E_n < H_n$ *и* $\lim H_n = 0$. *

Доказательство. Пусть $E_1, E_2, \ldots, E_n, \ldots$ есть система аналитических множеств. Составим систему множеств $E_1', E_2', \ldots, E_n', \ldots$ определенных так:

$$E_n' = \sum_{k=n}^{\infty} E_k.$$

Ясно, что $E_n' > E_n$, и $E_1' \times E_2' \times E_3', \ldots \times E_n' \times \ldots = 0$.

Рассмотрим в плоскости OXY счетную систему элементарных множеств, каждая из которых есть общая часть сумм прямоугольников Бэра, различных рангов таких, что проекции на ось OX суть множества E_1', E_2', ... E_n'. Обозначим эти элементарные множества соответственно через $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \ldots, \varepsilon_n, \ldots$. Верхние стороны названных прямоугольников образуют, как известно, прямолинейные решета, определяющие на OX те же множества $E_1', E_2', \ldots, E_n', \ldots$. Обозначим эти решета соответственно через $C_1, C_2, C_3, \ldots, C_n, \ldots$.

Пусть π_n есть один из прямоугольников Бэра, фигурирующих в определении ε_n. Обозначим часть множества ε_n, в него входящую, через $\varepsilon_n^{\pi_n}$, часть множества E_n', являющуюся проекцией $\varepsilon_n^{\pi_n}$, через $E_n'^{\pi_n}$ и часть решета C_n, входящую в π_n, через $C_n^{\pi_n}$. Рассмотрим конституанты аналитических дополнений CE_n'. Как известно, номер конституанты, в которую входит некоторая точка, называемая индексом соответствующего решета в этой точке. Рассмотрим некоторую точку x_0, входящую в CE_n' и, следовательно, во все множества $CE_{n'}$, где $n' > n$, но не входящую в CE_{n-1}'. Каждому из решет C_m, где $m \geqslant n$, соответствует определенный индекс; обозначим $\gamma_{x_0}^{m}$. Решетам C_m, где $m < n$, никакого индекса не соответствует.

Введем число $\gamma_{x_0} = \min \gamma_{x_0}^{m}$ и назовем его сокращенно минимальный индекс в точке x_0.

Пусть Θ_γ есть совокупность точек оси OX, в которых $\gamma_x = \gamma$. *Мы докажем, что в нашем случае* ($\Pi E_n' = 0$) *существует такое число* β, *что*

$$I_x = \sum_{\gamma=0}^{\beta} \Theta_\gamma, \text{ и } \Theta_{\beta+1} = \Theta_{\beta+2} = \ldots\ldots = 0,$$

т. е., что минимальные индексы ограничены.

Доказательство мы проведем от противного. Предположим, что минимальные индексы не ограничены. Тогда, каково бы ни было число γ, существует такая точка x_0, что индексы всех решет $C_1, C_2, \ldots, C_n, \ldots$ в этой точке превосходят γ. Я утверждаю, что в этом случае на оси OX существует такой интервал Бэра первого ранга δ, а в плоскости OXY такая система прямоугольников Бэра первого ранга $\pi_1', \pi_2', \ldots, \pi_n', \ldots$, проектирующихся в δ, и таких, что минимальный индекс для решет $C_1^{\pi_1'}, C_2^{\pi_2'}, C_3^{\pi_3'}, \ldots, C_n^{\pi_n'}, \ldots$ также неограничен. Существование интервала δ, внутри которого минимальный индекс первоначальных решет неограничен, очевидно.

Пусть γ есть некоторое трансфинитное число. В силу того, что минимальный индекс решет $C_1, C_2, \ldots, C_n, \ldots$ неограничен внутри δ, существует такая точка $x_0 < \delta$, что минимальный индекс в этой точке не меньше, чем $\gamma - \omega$; следовательно, существует такая система прямоугольников ранга I $\pi_1^*, \pi_2^*, \ldots, \pi_n^*, \ldots$ таких, что индексы решет $C_n^{\pi_n^*} \ldots$ в точке x_0 не меньше, чем γ. В силу того, что множество интервалов Бэра первого ранга счетно, а множество трансфинитных чисел не счетно, существует такая система прямоугольников ранга I: $\pi_1', \pi_2', \ldots, \pi_n' \ldots$, что для решет $C_1^{\pi_1'}, C_2^{\pi_2'}, \ldots, C_n^{\pi_n'} \ldots$ минимальный индекс также ограничен.

* Метод, которым мы пользуемся, чтобы установить эту теорему, по существу тождественен методу, позволившему Н. Лузину установить цитированную теорему (1).

Таким же образом мы найдем на оси OX интервал Бэра второго ранга δ_2, входящий в δ_1 и такой, что в плоскости OXY будет существовать система прямоугольников Бэра второго ранга $\pi_1^2, \pi_2^2, \ldots \pi_n^2 \ldots$ таких, что $\pi_n^2 < \pi_n^1$, проектирующихся в δ_2 и таких, что индекс минимум решет $C_1^{\pi_1^2}, C_2^{\pi_1^2}, \ldots C_n^{\pi_n^2}, \ldots$ будет также неограничен.

Вообще для каждого целого числа k мы найдем интервал Бэра ранга k, δ_k, содержащийся во всех ранее найденных интервалах Бэра низших рангов, и для него в плоскости OXY систему прямоугольников ранга k $\pi_1^k, \pi_2^k, \ldots, \pi_n^k, \ldots$ таких, что каждый из них содержится во всех ранее найденных прямоугольниках ранга $< k$, нижний индекс которых совпадает с его нижним индексом и имеющих то свойство, что минимальный индекс решет ими определенных $C_1^{\pi_1^k}, C_2^{\pi_2^k}, \ldots, C_n^{\pi_n^k}, \ldots$ неограничен. Ясно, что в этом случае точка M_n, являющаяся общей частью прямоугольников $\pi_n^1, \pi_n^2 \ldots, \pi_n^k, \ldots$ входит в множество ε_n, а ее проекция на ось OX в множество E_n'.

Однако, все точки $M_1, M_2, \ldots, M_n, \ldots$ имеют общей проекцией некоторую точку M, являющуюся общей частью интервалов $\delta_1, \delta_2, \ldots, \delta_n, \ldots$ которая тем самым должна входить в каждое из множеств $E_1', E_2', \ldots, E_n', \ldots$, тем не менее, по условию эти множества общей точки не имеют, и мы встретились с противоречием. Следовательно, предположение о неограниченности минимального индекса не верно

Ч. т. д.

Пусть β есть число, превосходящее все минимальные индексы системы решет $C_1, C_2, \ldots, C_n, \ldots$ Обозначим через N_n сумму первых β конституант дополнения к E_n'. Ясно, что N_n есть множество измеримое B. Составим систему множеств:

$$H_1 = CH_1; \quad H_2 = C(N_1 + N_2); \quad H_3 = C(N_1 + N_2 + N_3) \ldots$$
$$H_n = C(N_1 + N_2 + \ldots + N_n) \ldots$$

Ясно что $H_n > E_n'$. Я утверждаю, что $\lim H_n = 0$.

Действительно, так как минимальный индекс во всякой точке $\leqslant \beta$, всякая точка x входит по крайней мере в одно из множеств N_n. Следовательно, она входит лишь в конечное число множеств H_n и, значит, не входит в $\lim H_n$. Легко видеть, что множества $H_1, H_2, \ldots, H_n, \ldots$ удовлетворяют условиям теоремы П. С. Новикова: действительно мы имеем:

$$E_1 < H_1; \quad E_1 < H_2, \ldots, E_n < H_n, \ldots \text{ и } \lim H_n = 0.$$

Ч. т. д.

Нетрудно видеть, что таким же путем можно доказать, что любую счетную систему аналитических множеств, не имеющих общей им всем точки, можно заключить в систему множеств измеримых B, имеющих то же самое свойство.

Теорема II (обобщение теоремы II П. С. Новикова). *Конечнозначную аналитическую функцию можно охватить такой же функцией измеримой B.*

Доказательство. Предположим что E есть геометрический образ конечнозначной аналитической функции в фундаментальном квадрате OXY. Известно, что множество точек оси OX, через которые проходят параллели оси OY, несущие на себе не меньше двух различных точек плоского аналитического множества, есть также аналитическое множество; в то же время множество точек E, лежащих на таких параллелях, есть также аналитическое множество. Легко видеть, что множество точек оси OX, через которые проходят параллели оси OY, имеющие не меньше n различных точек множества E, также как и совокупность точек множества E, лежащих на этих параллелях, суть аналитические множества.

Обозначим через ε_n множество точек оси OX, через которые проходят параллели оси OY, несущие не меньше n различных точек множества E. Ясно, что $\lim \varepsilon_n = 0$.

На основании предыдущей теоремы существует система множеств измеримых B: $H_1, H_2, \ldots, H_n, \ldots$ таких, что $H_n > \varepsilon_n$ и $\lim H_n = 0$.

Рассмотрим семейство множеств: $B_1 = CH_n, \quad B_2 = H_1 \times CH_2, \ldots, B_n = H_{n-1} \times CH_n, \ldots$ Эти множества попарно без общих точек: кроме того $B_n \times \varepsilon_{n+1} = 0$. Следовательно, часть множества E, лежащая на перпендикулярах оси OX, проходящих через точки B_n, образует n-формное аналитическое множество. На основании тео-

ремы П. С. Новикова, оно может быть заключено в n-формное множество измеримое B. Проделав такое построение для каждого множества B_n, мы заключим множество E в конечно-формное множество измеримое B.

Ч. т. д.

Лемма. *Конечно-формное множество H измеримое B лежит на счетной системе униформных кривых измеримых B: $y=\varphi_1(y)$, $y=\varphi_2(x)$ ..., $y=\varphi_n(x)$ ... таких, что кривая $y=\varphi_n(x)$ всегда лежит выше кривой $y=\varphi_{n'}(x)$, когда $n'<n$.*

Доказательство. Из теоремы Мазуркевича (3) следует, что множество нижних точек счетно-формного, а, следовательно, и конечно-формного множества H измеримого B есть, в свою очередь, множество измеримое B.

Предположим, что множество H лежит в фундаментальном квадрате OXY.

Определим кривую $y=\varphi_1(x)$ так: пусть L есть проекция H на OX. На множестве L геометрический образ кривой $y=\varphi_1(x)$ есть совокупность нижних точек H. Вне L, $\varphi_1(x)=\frac{1}{\sqrt{2}}$. Пусть H' есть множество точек H, не лежащих на кривой $y=\varphi_1(x)$, L' проекция H' на OX. В точках L' геометрический образ кривой $y=\varphi_2(x)$ есть совокупность нижних точек H'.

Вне L'

$$\varphi_2(x)=\varphi_1(x)+\frac{1-\varphi_1(x)}{2}.$$

Вообще, если $H^{(n)}$ есть остаток H после n-кратного изъятия нижних точек его, а $L^{(n)}$ проекция $H^{(n)}$ на OX, то $\varphi_{n+1}(x)$ определяется так: в точках $L^{(n)}$ геометрический образ кривой $y=\varphi_{n+1}(x)$ есть совокупность нижних точек $H^{(n)}$, а вне $L^{(n)}$

$$\varphi_{n+1}(x)=\varphi_n(x)+\frac{1-\varphi_n(x)}{2}.$$

Кривая $y=\varphi_n(x)$ лежит выше кривой $y=\varphi_{n'}(x)$, если $n>n'$ и всякая точка множества H лежит на одной из этих кривых.

Ч. т. д.

Легко видеть, что в случае, когда данное аналитическое множество находится между двумя измеримыми B кривыми, из которых одна лежит выше другой, кривые, о которых шла речь в предыдущей лемме, можно провести так, чтобы они в свою очередь находились между двумя первоначальными кривыми.

Теорема III. *Всякое аналитическое множество, рассекаемое любой параллелью оси OY по вполне упорядоченному вверх множеству, можно заключить в такое же множество измеримое B.*

Поступило
19 IV 1934

MATHÉMATIQUES

SUR LA SÉPARABILITÉ DES ENSEMBLES ANALYTIQUES

Par A. LIAPUNOV (LIAPOUNOFF)

(*Presenté par N. Lusin, de l'Académie, le 19. IV. 1934*)

RÉSUMÉ

Le but de cette communication est de préciser un résultat de N. Lusin (1) sur les ensembles analytiques plans ayant au plus un ensemble dénombrable de points sur chaque parallèle à l'axe OY.

Nous donnons d'ailleurs une généralisation des résultats de P. Novikov exposés dans l'article précédent et relatifs à la séparabilité des ensembles analytiques.

On établit d'abord le lemme suivant:* *soient* $E_1, E_2, \ldots, E_n \ldots$ *des ensembles analytiques, situés dans le domaine fondamental à un nombre quelconque de dimensions, et tels qu'il n'existe aucun point qui appartienne simultanément à tous ces ensembles. Il existe dans ces conditions un nombre* β, *fini ou de la deuxième classe de Cantor, tel que chaque point du domaine fondamental appartient à la somme des* β *premières constituantes de l'un au moins des complémentaires* CE_n *des ensembles considérés.*

Comme conséquence immédiate de ce lemme on obtient une généralisation du théorème I de la communication précédente de P. Novikov sous la forme suivante:

étant donné dans un domaine fondamental quelconque un système d'ensembles analytiques $E_1, E_2, E_3 \ldots, E_n, \ldots$ *tel que* $\lim E_n = 0$ *(ou bien* $E_1 \times E_2 \times \ldots \times E_n \ldots = 0$*) on peut trouver un système d'ensembles mesurables* $B, H_1, H_2, \ldots H_n, \ldots$ *tel que l'ensemble* H_n *renferme* E_n, *et que* $\lim H_n = 0$ (ou bien $H_1 \times H_2 \times \ldots \times H_n \times \ldots = 0$).

N. Lusin a démontré que tout ensemble analytique plan E tel que chaque parallèle à l'axe OY coupe E en un ensemble dénombrable de points au plus, au bien ne le coupe pas, peut être considéré comme partie d'un ensemble mesurable B, jouissant de la même propriété.

N. Novikov a donné une précision de ce théorème dans le cas particulier, où l'ensemble analytique E possède un nombre fini et borné de points sur chaque droite parallèle à l'axe OY.

En appliquant le résultat énoncé plus haut, on peut obtenir une précision analogue à celle de P. Novikov dans le cas où le nombre des points de E situé sur toute parallèle à l'axe OY est fini sans être borné, ainsi que dans le cas où l'ensemble des points de E, situé sur chaque parallèle à l'axe OY est bien ordonné ou bien réductible.

Dans tous ces cas particuliers l'ensemble analytique E peut être enfermé dans un ensemble B jouissant de la même propriété.

Manuscrit reçu
le 19. IV. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — LITTÉRATURE CITÉE

[1] N. Lusin. Leçons sur les ensembles analytiques. Paris, 1930, p. 247. [2] П. С. Новиков. Статья, помещенная в этом номере. [3] N. Lusin. Ibidem, pp. 282, 178.

МАТЕМАТИКА

Академик Н. Н. ЛУЗИН

НЕСКОЛЬКО ЗАМЕЧАНИЙ О КРАТНОЙ ОТДЕЛИМОСТИ

1. О сообщении П. С. Новикова. В предыдущем сообщении, озаглавленном „Об одном свойстве аналитических множеств", П. С. Новиков вводит весьма интересное и обещающее быть ценным новое понятие, которое естественно назвать кратной отделимостью.

Как известно [1], два какие-либо множества точек E_1 и E_2, неимеющие общей части, называются отделимыми B, если можно найти такие два множества точек H_1 и H_2 измеримые B, которые также не имеют общей точки и которые соответственно содержат данные множества E_1 и E_2, т. е.

$$E_1 < H_1 \text{ и } E_2 < H_2.$$

* La méthode dont nous nous servons pour établir ce théorème est au fond identique à celle qui a permis à N. Lusin d'établir le théorème cité [1]

Этот случай отделимости двух множеств П. С. Новиков рассматривает лишь как самый простой, вводя вслед за ним более общее понятие кратной отделимости трех, четырех и большего числа множеств. Случай трех множеств формулируется так:

три какие-нибудь множества точек E_1, E_2 и E_3, неимеющие части, общей им всем, называются отделимыми B, если можно найти такие три множества точек H_1, H_2 и H_3 измеримые B, которые также не имеют общей им всем части и которые соответственно содержат данные множества E_1, E_2 и E_3, т. е.

$$E_1 < H_1, \quad E_2 < H_2 \quad \text{и} \quad E_3 < H_3.$$

Это определение было П. С. Новиковым распространено на любое конечное число множеств E_1, E_2, ..., E_m, а А. А. Ляпунов расширил его на случай счетного числа множеств.

2. Это определение оказалось не только точно копирующим — по своей внешней форме — обыкновенную (т. е. для двух множеств) отделимость B, но и другие далеко идущие результаты обнаруживают, что в этом определении мы имеем дело с полной и глубокой аналогией отделимости двух множеств.

Так, совершенным аналогом теоремы, названной нами „первым принципом“ (2):

два аналитические множества E_1 и E_2, неимеющие общей точки, всегда отделимы B,

является предложение П. С. Новикова:

три аналитические множества E_1, E_2 и E_3, неимеющие общей им всем точки, всегда отделимы B,

расширенное им на любое конечное число аналитических множеств. Это предложение было распространено А. А. Ляпуновым на счетное число множеств.

Ввиду этой аналогии естественно желать исследовать, сохраняется ли она в столь же совершенном виде и при других свойствах множеств, при формулировке которых фигурирует обычная отделимость двух множеств. Целью настоящего сообщения является указание на некоторые относящиеся сюда предложения, от которых следует ожидать такой аналогии.

3. На этом пути мы прежде всего встречаемся с вопросом о переносе понятия кратной отделимости на отделимость посредством аналитических дополнений.

Известно (3), что на ряду с отделимостью B имеется также отделимость посредством аналитических дополнений („отделимость CA“), причем эта отделимость имеет отнюдь не формальное значение, так как действительно существуют непересекающиеся аналитические дополнения E_1 и E_2, которые уже неотделимы B. Напротив, отделимость посредством аналитических множеств не имеет никакого реального значения, так как всякие два непересекающиеся аналитические множества E_1 и E_2 всегда отделимы B. Известно (3) наконец, что отделимость посредством аналитических дополнений имеет не только существование в действительности, но приобретает уже чисто математическое значение, благодаря приложениям к теории неявных функций, основывающимся на теореме, названной нами „вторым принципом“ (4):

если уничтожить из двух аналитических множеств E_1 и E_2 их общую часть $E_1 \times E_2$, оставшиеся их части отделимы посредством двух непересекающихся соответственных аналитических дополнений CH_1 и CH_2, т. е.

$$E_1 < CH_1 \text{ и } E_2 < CH_2.$$

Легко видеть, что эта теорема получает немедленное расширение на случай трех аналитических множеств следующим образом:

если уничтожить из трех аналитических множеств E_1, E_2 *и* E_3 *их общую часть* $E_1 \times E_2 \times E_3$, *оставшиеся их части отделимы посредством трех соответствующих аналитических дополнений* CH_1, CH_2 *и* CH_3, *неимеющих точки общей им всем, т. е.*

$$E_1 < CH_1, \quad E_2 < CH_2 \quad и \quad E_3 < CH_3.$$

Доказательство. Пусть E_1, E_2 и E_3 какие нибудь три аналитические множества. Пусть E есть их общая часть, $E = E_1 \times E_2 \times E_3$. Удаляя ее из каждого аналитического множества E_i $(i = 1, 2, 3)$, мы получаем остаточные множества R_i, $R_i = E_i - E$. Предложение, которое мы имеем в виду, таково: *существуют три такие аналитические дополнения* CH_1, CH_2 *и* CH_3, *которые не имеют общей им всем точки и для которых* $R_1 < CH_1$, $R_2 < CH_2$, $R_3 < CH_3$.

Чтобы убедиться в этом, рассмотрим сначала два аналитических множества E_1 и $E_2 + E_3$. Общая их часть $E_1 \times (E_2 + E_3)$ есть опять аналитическое множество. В силу второго принципа множества-остатки $E_1 \times CE_2 \times CE_3$ и $(E_2 + E_3) \times CE_1$ отделимы посредством двух непересекающихся аналитических дополнений CK_1 и CK_2, т. е.

$$E_1 \times CE_2 + CE_3 < CK_1 \quad и \quad (E_2 + E_3) \times CE_1 < CK_2,$$

где K_1 и K_2 суть некоторые аналитические множества и где $CK_1 \times CK_2 \equiv 0$.

Аналогично имеем:

$$E_2 \times CE_1 \times CE_3 < CL_1 \quad и \quad (E_1 + E_3) \times CE_2 < CL_2$$

и

$$E_3 \times CE_1 \times CE_2 < CM_1 \quad и \quad (E_1 + E_2) \times CE_3 < CM_2,$$

где L_1, L_2, M_1 и M_2 суть аналитические множества и где $CL_1 \times CL_2 \equiv 0$ и, CM_1 и $CM_2 \equiv 0$.

Мы имеем таким образом три аналитических дополнения

$$CK_1 \times CL_2 \times CM_2, \quad CL_1 \times CK_2 \times CM_2 \quad и \quad CM_1 \times CK_2 \times CL_2,$$

соответственно содержащих множества-остатки

$$E_1 \times CE_2 \times CE_3, \quad E_2 \times CE_1 \times CE_3, \quad E_3 \times CE_1 \times CE_2$$

и попарно непересекающихся.

Таким же точно образом рассмотрим два аналитических множества E_1 и $E_2 \times E_3$. Общая их часть E, $E = E_1 \times E_2 \times E_3$, есть опять аналитическое множество. В силу второго принципа множества-остатки $R_1 = E_1 - E$ и $E_2 \times E_3 - E$ отделимы посредством двух непересекающихся аналитических дополнений CU_1 и CU_2, т. е.

$$R_1 = E_1 - E < CU_1 \quad и \quad E_2 \times E_3 - E < CU_2,$$

где U_1 и U_2 суть некоторые аналитические множества и где $CU_1 \times CU_2 \equiv 0$.

Аналогично имеем:

$$R_2 = E_2 - E < CV_1 \quad и \quad E_1 \times E_2 - E < CV_2$$

и

$$R_3 = E_3 - E < CW_1 \quad и \quad E_1 \times E_2 - E < CW_2,$$

где V_1, V_2, W_1, W_2 суть аналитические множества и где $CV_1 \times CV_2 \equiv 0$ и $CW_1 \times CW_2 \equiv 0$.

Мы получаем таким образом три новых аналитических дополнения:

$$CU_2 \times CV_1 \times CW_1, \quad CV_2 \times CU_1 \times CW_1 \quad и \quad CW_2 \times CU_1 \times CV_1,$$

очевидно, соответственно содержащих множества-остатки

$$E_2 \times E_3 - E, \quad E_1 \times E_3 - E \quad и \quad E_1 \times E_2 - E$$

и попарно непересекающихся.

В этих условиях очевидно, что три аналитические дополнения CH_1, CH_2 и CH_3, определенные равенствами:

$$CH_1 = CK_1 \times CL_2 \times MC_2 + CV_2 \times CU_1 \times CW_1 + CW_2 \times CU_1 \times CV_1,$$
$$CH_2 = CL_1 \times CK_2 \times CM_2 + CU_2 \times CV_1 \times CW_1 + CW_2 \times CU_1 \times CV_1,$$
$$CH_3 = CM_1 \times CK_2 \times CL_2 + CU_2 \times CV_1 \times CW_1 + CV_2 \times CU_1 \times CW_1,$$

не имеют общей им всем точки и содержат соответственно множества-остатки R_1, R_2 и R_3, т. е.

$$R_1 < CH_1, \quad R_2 < CH_2 \quad и \quad R_3 < CH_3.$$

Ч. т. д.

Таким образом, расширение второго принципа на случай трех аналитических множеств E_1, E_2 и E_3, у которых удалена общая им всем часть $E_1 \times E_2 \times E_3$, действительно имеет место. Употребленный для этого случая элементарный прием, вероятно, распространяется и на случай любого конечного числа аналитических множеств, у которых удалена общая им всем часть, так как, повидимому, доказательство этой теоремы не требует введения каких-либо новых рассмотрений, но лишь просто комбинаторного искусства и удачных обозначений.

Напротив, расширение теоремы, о которой идет речь, на случай счетного числа аналитических множеств $E_1, E_2, \ldots, E_n, \ldots$, у которых удалена общая им всем часть, повидимому, требует рассмотрений принципиально иной природы, вероятно, связанных с конституантами аналитических дополнений.

4. В связи с этим стоит вопрос о реальности кратного отделения посредством аналитических дополнений. Для установления того важного факта, что кратная отделимость посредством аналитических дополнений имеет не только формальное но и действительное значение, *необходимо доказать существование* (5) *трех таких аналитических множеств, которые по удалении общей им всем части, дали бы остатки неотделимые* B.

Сюда же относится вопрос об „односторонней отделимости". Известно (6), что *если имеем два множества* ε_1 *и* ε_2 *таких, что* ε_1 *отделимо от* ε_2 *помощью некоторого аналитического множества* E_1, *т. е.* $\varepsilon_1 < E_1$ *и* $\varepsilon_2 < CE_1$, *и, одновременно с этим,* ε_2 *отделимо от* ε_1 *также помощью некоторого аналитического множества* E_1, *т. е.* $\varepsilon_2 < E_1$ *и* $\varepsilon_1 < CE_2$, *то тогда* ε_1 *и* ε_2 *одновременно отделимы друг от друга помощью двух взаимно непересекающихся аналитических дополнений* CH_1 *и* CH_2, т. е. $\varepsilon_1 < CH_1$ и $\varepsilon_2 < CH_2$, где $CH_1 \times CH_2 \equiv 0$.

Спрашивается, в какой форме должна выражаться односторонняя кратная отделимость?

Далее, сюда же относится вопрос о втором принципе не для самих аналитических множеств, а для их дополнений. Известно (7), что *если* CE_1 *и* CE_2 *суть два некоторые аналитические дополнения, то, удаляя из них общую им часть* $CE_1 \times CE_2$, *мы получаем множества-остатки, отделимые помощью аналитических дополнений.* Спрашивается, имеется ли аналогичное предложение при кратной отделимости?

Наконец, укажем мимоходом, что первый и второй принцип для аналитических множеств допускают приложимость к множествам измеримым B и „что тогда они называются малыми принципами" (8). Спрашивается, имеется ли среди множеств измеримых B также и кратная отделимость?

5. О сообщении А. А. Ляпунова. Мы уже указывали, что в своем предыдущим сообщении, озаглавленном „Об отделимости аналитических множеств" А. А. Ляпунов полностью разрешил проблему об отделимости B счетного числа аналитических множеств, неимеющих общей всем им точки. Этого прекрасного результата ему удалось достигнуть благодаря следующей замечательной лемме:

если находящиеся в счетном числе в эвклидовом пространстве аналитические множества $E_1, E_2, \ldots, E_n, \ldots$ *не имеют общей им всем точки и если дополнение к каждому из них разбито на конституанты, тогда минимальный номер конституанты во всякой точке пространства остается меньше некоторого* фиксированного *трансфинитного числа второго класса.*

Лемма эта глубока и, повидимому, имеет применимость, далеко выходящую за пределы того огромного приложения, которое ей дал автор.

Поступило
19 IV 1934.

MATHÉMATIQUES

QUELQUES REMARQUES SUR LA SÉPARABILITÉ MULTIPLE

Par N. LUSIN, de l'Académie

RÉSUMÉ

Dans la présente note l'auteur fait quelques remarques sur la notion de séparabilité multiple introduite par P. Novikov dans sa note précédente. L'auteur pose des problèmes concernant la possibilité d'étendre le deuxième principe et son inversion à la séparabilité multiple ainsi que le problème de l'existence de complémentaires analytiques non séparables B au sens nouveau. L'auteur indique le vif intérêt d'un lemme démontré par A. Lĭapunov dans la précédente note.

Manuscrit reçu
le 19. IV. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА—LITTÉRATURE CITÉE

[1] N. Lusin. Leçons sur les ensembles analytiques. Paris, 1930, p. 156. [2] Ibid., p. 157. [3] Ibid., p. 208. [4] Ibid., p. 210. [5] Ibid., pp. 220, 260, 263. [6] Ibid., pp. 209, 217, [7] Ibid., p. 217. [8] N. Lusin, Les analogies entre les ensembles mesurables B et les ensembles analytiques. Fundamenta Mathematicae, t. XVI, 1930.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

А. Г. АНЖУР

О НОВОМ ТИПЕ СЛУЧАЕВ ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА, ПРИВОДЯЩЕГОСЯ К КВАДРАТУРАМ

(*Представлено академиком С. И. Вавиловым 31 III 1934*)

В двух предыдущих докладах, представленных мною Французской академии наук 25 апреля и 9 мая 1927 г. (том 184, стр. 996 и т. 184, стр. 1114), я указал на новый метод для изучения движения твердого тела и привел к квадратурам три новых типа случаев движения твердого тела, пользуясь вышеозначенным методом. Я их называю „типами случаев", так как данные исследованных проблем заключают в себе произвольные функции, которые входят затем под знаки интегралов в окончательных квадратурах.

Общие уравнения движения твердого тела, мною предложенные, выражены по отношению к системе неподвижных осей координат и выводятся очень просто из теорем моментов сил, каковые я пишу в интегральной форме, обозначая S, T, V импульсы моментов заданных сил, а именно:

$$\int \Sigma (Y_{i_1} x_{i_1} - X_{i_1} y_{i_1})\, dt = S \text{ и т. д.}$$

Скорости ротации, прецессии и нутации выразятся в таком случае в функциях от этих величин S, T, V, включающих в себе заданные силы, а также от углов Эйлера φ, ψ, θ и моментов инерции A, B, C рассматриваемого тела.

Выбор величин S, T, V не произволен с точки зрения физической, так как эти величины имеют очень важный физический смысл, будучи равными проекциям на неподвижной оси (или оси Галилея) моментов количеств движения, каковые в сумме сохраняются во вселенной или вообще в замкнутой системе, когда движение одного тела передается

другому в той же системе. Предложенные общие уравнения движения имеют преимущество также непосредственно выражать задачу перкуссий.

В настоящем сообщении я предполагаю изучить еще новый тип случаев, приводящийся к квадратурам, каковой я называю „тип I b“.

Тип I b) *К любому твердому телу приложена пара, ось которой всегда остается параллельной некоторому зафиксированному направлению (например, вертикальному), а величина момента пары задана в функции положения тела.*

Важное условие: *в начальном моменте тело должно находиться либо в состоянии покоя, либо иметь такое движение, при котором направление вектора моментов количеств движения совпадает с направлением оси пары.*

Задача будет рассматриваться аналогичным образом как для свободного тела, так и для тела, которого одна точка закреплена. Воспользуемся снова как всегда уравнениями 10). При этом выберем систему $OXYZ$ так, чтобы ось OZ совпадала с направлением оси заданной пары, которое в свою очередь совпадает с направлением начального вектора моментов количеств движения. Данные рассматриваемой задачи выражаются математически следующим образом: $T=0;\ V=0;\ L=f(\varphi,\psi,\theta)$. Отсюда $P=\cos\psi\cdot T+\sin\psi\cdot V=0;\ Q=\sin\psi\cdot T-\cos\psi\cdot V=0$.

Приравнивая нулю P и Q в уравнениях 10), получаем, как и для типа I a):

$$\frac{d\varphi}{dt}=\left[\frac{A-C}{AC}-\frac{(A-B)\cos^2\varphi}{AB}\right]\cdot\cos\theta\cdot S$$
$$\frac{d\psi}{dt}=\frac{(A-B)\cdot\cos^2\varphi+B}{AB}\cdot S \qquad \frac{d\theta}{dt}=-\frac{A-B}{AB}\cdot\sin\varphi\cdot\cos\varphi\cdot\sin\theta\cdot S. \tag{10a}$$

Как уже указано для типа I a), деля первое уравнение 10a) на третье и интегрируя, получим следующее соотношение между φ и θ:

$$\frac{A-C}{AC}-\frac{A-B}{AB}\cos^2\varphi=\frac{k}{\sin^2\theta} \quad \ldots \ (k \text{ есть константа}),$$

откуда найдем φ в функции от θ. $\cos^2\varphi=\dfrac{(A-C)\cdot B}{(A-B)C}-\dfrac{AB}{A-B}\cdot\dfrac{k}{\sin^2\theta}$

и $\sin\varphi\cdot\cos\psi=\dfrac{ABk}{A-B}\cdot\dfrac{1}{\sin^2\theta}\sqrt{-\left[1-\dfrac{B-C}{kBC}\sin^2\theta\right]\cdot\left[1-\dfrac{A-C}{kAC}\sin^2\theta\right]}$.

Подставляя затем вместо φ соответствующие значения в функции от θ в уравнении 10a), получим: $\dfrac{d\varphi}{dt}=\dfrac{k\cos\theta}{\sin^2\theta}\cdot S \qquad \dfrac{d\psi}{dt}=\left(\dfrac{1}{C}-\dfrac{k}{\sin^2\theta}\right)\cdot S$

$$\frac{d\theta}{dt}=-\frac{k}{\sin\theta}\cdot\sqrt{-\left(1-\frac{B-C}{kBC}\cdot\sin^2\theta\right)\cdot\left(1-\frac{A-C}{kAC}\cdot\sin^2\theta\right)}\cdot S. \tag{10b}$$

Достаточно затем разделить второе уравнение 10b) на третье уравнение 10b), чтобы исключить S и затем, разделяя переменные, получить угол ψ выраженным квадратурой от θ. В самом деле:

$$\frac{d\psi}{d\theta}=\frac{\frac{1}{C}-\frac{k}{\sin^2\theta}}{-\frac{k}{\sin\theta}\sqrt{-\left(1-\frac{B-C}{kBC}\sin^2\theta\right)\left(1-\frac{A-C}{kAC}\sin^2\theta\right)}}, \text{ откуда}$$

$$\psi=\int\frac{(kC-\sin^2\theta)\cdot d\theta}{kC\sin\theta\cdot\sqrt{-\left(1-\frac{B-C}{kBC}\sin^2\theta\right)\left(1-\frac{A-C}{kAC}\sin^2\theta\right)}}.$$

Принимая во внимание, что $d\sin^2\theta=2\sin\theta.\cos\theta.\,d\theta$ или $d\theta=\dfrac{d\sin^2\theta}{2\sin\theta\sqrt{1-\sin^2\theta}}$ и подста-

вляя это значение $d\theta$ в выражение для ψ, получим:

$$\psi = \int \frac{\left(1 - \frac{1}{kC}\sin^2\theta\right) \cdot d\sin^2\theta}{2\sin^2\theta \cdot \sqrt{-\left(1 - \frac{B-C}{kBC}\sin^2\theta\right)\left(1 - \frac{A-C}{kAC}\sin^2\theta\right)(1-\sin^2\theta)}}.$$

До сих пор все обстояло как для типа Ia), но так как в рассматриваемой задаче L есть функция от углов Эйлера φ, ψ, θ и, с другой стороны, как мы уже видели, φ и ψ выражаются в функции от θ, то L может быть также выражен, как функция одного только угла θ. Задача сводится следовательно к случаю пары сил, заданной в функции одного только угла θ, которую мы можем обозначить $L = f(\theta)$. Но мы имеем с другой стороны:

$$\frac{dS}{dt} = L, \text{ откуда } \frac{dS}{dt} = f(\theta).$$

Деля это последнее уравнение на третье уравнение 10b), время t исключится, и мы получим некоторое уравнение между S и θ.

$$\frac{dS}{d\theta} = -\frac{f(\theta)}{\frac{k}{\sin\theta}\sqrt{-\left(1 - \frac{B-C}{kBC}\sin^2\theta\right)\left(1 - \frac{A-C}{kAC}\sin^2\theta\right)} \cdot S}.$$

Разделяя переменные и интегрируя, получим:

$$S^2 = -\frac{2}{k}\int \frac{f(\theta)\cdot\sin\theta\cdot d\theta}{\sqrt{-\left(1 - \frac{B-C}{kBC}\sin^2\theta\right)\left(1 - \frac{A-C}{kAC}\sin^2\theta\right)}}.$$

Обозначая $S = F(\theta)$ функцию, получаемую от этой квадратуры, и подставляя это значение S в третье уравнение 10b), получим $\frac{d\theta}{dt}$ равным некоторой функции одного только θ,

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{k}{\sin\theta}\sqrt{-\left(1 - \frac{B-C}{kBC}\sin^2\theta\right)\left(1 - \frac{A-C}{kAC}\sin^2\theta\right)} \cdot F(\theta).$$

Разделяя переменные и интегрируя, получим

$$t = -\int \frac{\sin\theta\cdot d\theta}{kF(\theta)\cdot\sqrt{-\left(1 - \frac{B-C}{kBC}\sin^2\theta\right)\left(1 - \frac{A-C}{kAC}\sin^2\theta\right)}}.$$

ψ и φ будучи уже выражены в функциях от θ, могут следовательно также быть выражены в функциях одного только времени t, если будут решены вышеозначенные квадратуры.

Если задача проще, а именно, если L задано как функция одного только угла θ, тогда конечно нет надобности решать предварительно квадратуру ψ в функции от θ. В этом случае, напротив, мы будем рассматривать в первую очередь квадратуры S и t в функциях от θ и только после этого будем рассматривать ψ как функцию от θ вышеуказанной квадратурой или, наконец, как функцию от t, в силу квадратуры, связывающей время t с углом θ.

Можно также осложнить задачу, задавшись парой сил L, определяемой не только в зависимости от положения тела, но также от его состояния вращательного движения. Математически это выразится так:

$$L = f\left(\varphi, \psi, \theta, \frac{d\varphi}{dt}, \frac{d\psi}{dt}, \frac{d\theta}{dt}\right).$$

В этом случае L, благодаря уравнениям 10b), может быть выражено как функция только величин θ и S, так как φ и ψ суть функции от θ. Такая задача приводится непосредственно к квадратуре, если L есть функция следующего вида: $L = f(\varphi, \psi, \theta) \cdot \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^m \cdot \left(\frac{d\psi}{dt}\right)^n \cdot \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^p$.

В этом случае $\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^m = f_1(\theta) \cdot S^m$; $\left(\frac{d\psi}{dt}\right)^n = f_2(\theta) \cdot S^n$; $\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^p = f_3(\theta) \cdot S^p$.

Тогда будем иметь: $L = f_4(\theta) \cdot S^{m+n+p}$.

Но мы имеем $L = \frac{dS}{dt}$. Откуда $\frac{dS}{dt} = f_4(\theta) \cdot S^{m+n+p}$.

Деля это последнее уравнение, как и прежде, на третье уравнение 10b), мы исключим таким образом dt и получим:

$$\frac{dS}{d\theta} = \frac{f_4(\theta) \cdot S^{m+n+p}}{-\frac{k}{\sin\theta}\sqrt{-\left(1-\frac{B-C}{kBC}\sin^2\theta\right)\left(1-\frac{A-C}{kAC}\sin^2\theta\right)} \cdot S}.$$

Откуда, разделяя переменные и интегрируя, получим:

$$S^{(2-m-n-p)} = -\frac{2-m-n-p}{k} \cdot \int \frac{f_4(\theta) \cdot \sin\theta \cdot d\theta}{\sqrt{-\left(1-\frac{B-C}{kBC}\sin^2\theta\right)\left(1-\frac{A-C}{kAC}\sin^2\theta\right)}},$$

т. е. получаем квадратуру от θ.

Примечание. Случай Пуансо можно рассматривать как частный случай этого типа, когда $L = 0$ и, следовательно, $S = \text{const}$.

Педагогический институт.
Эривань.

Поступило
31 III 1934.

MÉCANIQUE RATIONNELLE

SUR UN NOUVEAU TYPE DE CAS DE MOUVEMENT DU CORPS SOLIDE SE RAMENANT AUX QUADRATURES

Par H. ANŽUR (ANJOUR)

(*Présenté par S. Wawilow, de l'Académie, le 31. I. 1934*)

Dans deux notes présentées à l'Académie des Sciences de Paris, le 25 avril et le 9 mai 1927 (C. R., v. 184, pp. 996 et 1114), j'ai indiqué une nouvelle méthode pour étudier le mouvement du corps solide et, en l'utilisant, j'ai ramené aux quadratures trois nouveaux types de cas de mouvement du corps solide. J'appelle ceux-ci des „types de cas", puisque les données des problèmes étudiés renferment des fonctions arbitraires qui entrent ensuite sous les signes des intégrales dans les quadratures définitives.

Les équations générales du mouvement du corps solide que j'ai proposées sont exprimées par rapport à des axes fixes de coordonnées et se déduisent d'une manière très simple des théorèmes des moments des forces, que j'expose sous la forme intégrale, en désignant par S, T, V les impulsions des moments des forces données, soit:

$$\int \Sigma (Y_{i_1} x_{i_1} - X_{i_1} y_{i_1})\, dt = S \quad \text{etc.}$$

Les vitesses de rotation, de précession et de nutation seront exprimées alors par des fonctions de ces valeurs S, T, V, qui renferment les forces données, ainsi que par des fonctions des angles d'Euler φ, ψ, θ et des moments d'inertie A, B, C du corps en question.

Le choix des valeurs S, T, V n'est pas arbitraire au point de vue physique, puisque ces valeurs ont une signification physique très importante, étant égales aux projections sur les axes fixes (ou les axes de Galilée) des moments de quantités de mouvement qui se conservent dans l'Univers, ou dans un système clos en général, lorsque le mouvement d'un corps se transmet à l'autre dans le même système.

Les équations générales du mouvement proposées ont également l'avantage d'exprimer directement celles des percussions.

Dans la présente note je voudrais étudier encore un nouveau type de cas se ramenant aux quadratures, que j'appellerai „type I b".

Type I b). *A un corps solide quelconque est appliqué un couple, dont l'axe est toujours parallèle à une direction fixe (verticale, par exemple), et dont la grandeur du moment est donnée en fonction de la position du corps.*

Condition essentielle: *le corps part d'une position de repos, ou d'un mouvement tel, que la direction du vecteur des moments des quantités de mouvement à l'instant initial coïncide avec la direction de l'axe du couple.*

Le problème sera traité d'une manière analogue, soit pour un corps libre, soit pour un corps dont un point est fixe. On appliquera encore les équations 10). On choisira cependant le système $OXYZ$ de façon à ce que l'axe OZ coïncide avec la direction de l'axe du couple donné, qui à son tour coïncide avec la direction du vecteur initial des moments des quantités de mouvement. Les données du problème considéré peuvent donc être formulées mathématiquement par les expressions que voici:

$$T=0; \quad U=0; \quad L=f(\varphi, \psi, \theta).$$

On en tirera: $P=\cos\psi \cdot T + \sin\psi \cdot U=0; \quad Q=\sin\psi \cdot T - \cos\psi \cdot U=0.$

Les équations deviennent, comme pour le type Ia):

$$\frac{d\varphi}{dt}=\left[\frac{A-C}{AC}-\frac{(A-B)\cdot\cos^2\varphi}{AB}\right]\cdot\cos\theta\cdot S,$$

$$\frac{d\psi}{dt}=\frac{(A-B)\cos^2\varphi+B}{AB}\cdot S, \quad \frac{d\theta}{dt}=-\frac{A-B}{AB}\cdot\sin\varphi\cdot\cos\varphi\cdot\sin\theta\cdot S. \qquad 10a)$$

Comme il a déjà été indiqué pour le type Ia), en divisant la première équation 10) par la troisième et en intégrant, on obtiendra une relation entre φ et θ, soit: $\frac{A-C}{AC}-\frac{A-B}{AB}\cos^2\varphi=\frac{k}{\sin^2\theta}$ (k est une constante), d'où l'on tirera φ en fonction de θ: $\cos^2\varphi=\frac{(A-C)B}{(A-B)C}-\frac{AB}{A-B}\cdot\frac{k}{\sin^2\theta}$ et

$$\sin\varphi\cdot\cos\varphi=\frac{ABk}{A-B}\cdot\frac{1}{\sin^2\theta}\sqrt{-\left[1-\frac{B-C}{kBC}\sin^2\theta\right]\cdot\left[1-\frac{A-C}{kAC}\sin^2\theta\right]}.$$

En substituant ensuite à φ les valeurs correspondantes en fonction de θ dans les équations 10), on aura: $\frac{d\varphi}{dt}=\frac{k\cos\theta}{\sin^2\theta}\cdot S, \quad \frac{d\psi}{dt}=\left(\frac{1}{C}-\frac{k}{\sin^2\theta}\right)\cdot S,$

$$\frac{d\theta}{dt}=-\frac{k}{\sin\theta}\cdot\sqrt{-\left(1-\frac{B-C}{kBC}\cdot\sin^2\theta\right)\cdot\left(1-\frac{A-C}{kAC}\sin^2\theta\right)}\cdot S. \qquad 10b)$$

Il suffit alors de diviser la deuxième équation 10b) par la troisième équation 10b) pour faire disparaître S et pour obtenir ensuite, en séparant les variables, l'angle ψ exprimé comme une quadrature de θ. On a:

$$\frac{d\psi}{d\theta} = \frac{\frac{1}{C} - \frac{k}{\sin^2\theta}}{-\frac{k}{\sin\theta}\sqrt{-\left(1-\frac{B-C}{kBC}\sin^2\theta\right)\left(1-\frac{A-C}{kAc}\sin^2\theta\right)}}, \quad \text{d'où}$$

$$\psi = \int \frac{(kC - \sin^2\theta)\cdot d\theta}{kC\sin\theta\cdot\sqrt{-\left(1-\frac{B-C}{kBC}\sin^2\theta\right)\left(1-\frac{A-C}{kAC}\sin^2\theta\right)}}.$$

Considérant que $d\sin^2\theta = 2\sin\theta\cdot\cos\theta\cdot d\theta$, ou $d\theta = \frac{d\sin^2\theta}{2\sin\theta\cdot\sqrt{1-\sin^2\theta}}$,

et substituant cette valeur de $d\theta$ dans l'expression de ψ, on aura:

$$\psi = \int \frac{\left(1-\frac{1}{kC}\sin^2\theta\right)\cdot d\sin^2\theta}{2\sin^2\theta\cdot\sqrt{-\left(1-\frac{B-C}{kBC}\sin^2\theta\right)\left(1-\frac{A-C}{kAC}\sin^2\theta\right)(1-\sin^2\theta)}}.$$

Jusqu'ici tout était comme pour le type Ia), mais puisque dans le problème en question L est donné en fonction des angles d'Euler φ, ψ, θ et que d'autre part, comme nous l'avons vu, φ et ψ s'expriment en fonction de θ, il est évident que L peut être exprimé également comme une fonction de l'angle θ seul. Le problème se ramène donc à celui du couple de forces donné en fonction de l'angle θ seul, que nous pouvons désigner par:

$L = f(\theta)$. Or, nous avions d'autre part: $\frac{dS}{dt} = L$ d'où $\frac{dS}{dt} = f(\theta)$.

En divisant cette dernière équation par la troisième équation 10b) le temps t s'éliminera et l'on obtiendra une équation entre S et θ.

$$\frac{dS}{d\theta} = -\frac{f(\theta)}{\frac{k}{\sin\theta}\sqrt{-\left(1-\frac{B-C}{kBC}\sin^2\theta\right)\left(1-\frac{A-C}{kAC}\sin^2\theta\right)}}\cdot S.$$

En séparant les variables et en intégrant, on aura:

$$S^2 = -\frac{2}{k}\int \frac{f(\theta)\cdot\sin\theta\cdot d\theta}{\sqrt{-\left(1-\frac{B-C}{kBC}\sin^2\theta\right)\left(1-\frac{A-C}{kAC}\sin^2\theta\right)}}.$$

En désignant $S = F(\theta)$, comme une fonction résultante de cette quadrature et en substituant cette valeur de S dans la troisième équation 10b), on obtient $\frac{d\theta}{dt}$ égale à une fonction de θ seul,

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{k}{\sin\theta}\sqrt{-\left(1-\frac{B-C}{kBC}\sin^2\theta\right)\left(1-\frac{A-C}{kAC}\sin^2\theta\right)}\cdot F(\theta).$$

En séparant les variables et en intégrant, on aura

$$t = -\int \frac{\sin\theta \cdot d\theta}{k \cdot F(\theta) \cdot \sqrt{-\left(1-\frac{B-C}{kBC}\sin^2\theta\right)\left(1-\frac{A-C}{kAC}\sin^2\theta\right)}}.$$

ψ et φ étant déjà exprimés en fonction de θ, ils pourront être exprimés également en fonction du temps t seul au cas où les quadratures en question seraient résolues.

Si le problème est plus simple, notamment si L est donné comme fonction de l'angle θ seul, on n'aura pas besoin de résoudre préalablement la quadrature de ψ en fonction de θ. Par contre, dans ce cas-ci on considérera tout d'abord les quadratures indiquées de S et de t en fonction de θ, et après cela seulement on aura à considérer ψ comme fonction de θ par la quadrature indiquée, ou enfin, comme fonction de t, en vertu de la quadrature qui relie le temps t à l'angle θ.

On peut aussi compliquer le problème, en partant d'un couple de forces L déterminé comme dépendant non seulement de la position du corps, mais aussi de son état de mouvement rotatif. L'expression en serait:

$$L = f\left(\varphi, \psi, \theta \frac{d\varphi}{dt}, \frac{d\psi}{dt}, \frac{d\theta}{dt}\right).$$

Dans ce cas L pourrait, grâce aux équations 10b), être exprimé en fonction seulement de θ et de S, puisque φ et ψ sont des fonctions de θ. On serait ramené à l'intégration d'une équation du 1-er ordre en θ et S.

Un tel problème se ramène à une quadrature, si L est une fonction de la forme:

$$L = f(\varphi, \psi, \theta) \cdot \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^m \cdot \left(\frac{d\psi}{dt}\right)^n \cdot \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^p.$$

Dans ce cas $\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^m = f_1(\theta).S^m$; $\left(\frac{d\psi}{dt}\right)^n = f_2(\theta).S^n$; $\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^p = f_3(\theta).S^p$.

On aura alors $L = f_4(\theta).S^{m+n+p}$. Mais nous avons

$$L = \frac{dS}{dt}, \quad \text{d'où} \quad \frac{dS}{dt} = f_4(\theta).S^{m+n+p}.$$

En divisant cette dernière équation, comme précédemment, par la troisième équation 10b), on éliminera dt.

$$\frac{dS}{d\theta} = \frac{f_4(\theta).S^{m+n+p}}{-\frac{K}{\sin\theta}\sqrt{-\left(1-\frac{B-C}{kBC}\sin^2\theta\right)\left(1-\frac{A-C}{kAC}\sin^2\theta\right)}} \cdot S.$$

D'où, en séparant les variables et en intégrant, on a:

$$S^{(2-m-n-p)} = -\frac{2-m-n-p}{k} \cdot \int \frac{f_4(\theta) \cdot \sin\theta \cdot d\theta}{\sqrt{-\left(1-\frac{B-C}{kBC}\sin^2\theta\right)\left(1-\frac{A-C}{kAC}\sin^2\theta\right)}},$$

c'est-à-dire, on obtient une quadrature en θ.

Remarque. Le cas de Poinsot peut être considéré ainsi comme un cas particulier de ce type, quand $L = 0$ et par conséquent $S = \text{const}$.

École supérieure de Pédagogie. Erivan.

Manuscrit reçu le 31. III. 1934.

М. С. ЭЙГЕНСОН

О ЦЕНТРАЛЬНЫХ СИЛАХ ОТТАЛКИВАНИЯ И ПРИТЯЖЕНИЯ В ГРАВИТАЦИОННОЙ ПРОБЛЕМЕ 2 ТЕЛ С ИЗМЕНЯЮЩЕЙСЯ МАССОЙ

(Представлено академиком С. И. Вавиловым 25 IV 1934)

§ 1. В моей работе* я исследовал кинематику системы, состоящей из неподвижного точечного центра переменной во времени массы M, вокруг которого движется по гравитационной орбите спутник постоянной малой массы.

Математически рассмотрение было сведено к изучению различных аспектов интегрирования основного дифференциального уравнения проблемы, содержащего 2 неизвестные функции.

Сделанное рассмотрение показало, какие взаимосвязи между связями M с r,** M с т и r с t удовлетворяют вышеуказанному основному дифференциальному уравнению проблемы, при какой нибудь одной специальной гипотезе относительно вида одной из этих связей.

В том же исследовании была изучена также кинематика систем этого рода, где масса M переменная во времени. При этом, кинематика таких систем изучалась в форме закона экспансии (resp. контракции), соответствующей условиям задачи.

Мне хотелось бы в настоящей статье, не претендуя на новизну выводов, дать элементарный вывод динамических характеристик изученных ранее соотношений. В настоящей статье я отправляюсь от результатов только что указанных работ.

Начнем анализ с изучения аспекта C) проблемы, так как, как мы покажем далее, к этому аспекту C) сводятся, как аспект A), так и аспект B).

Аспект C) является, таким образом, основным в данном отношении.

§ 2. В аспекте C предполагается известной связь r с t.

Пусть, например, она задана в виде закона экспансии (resp. контракции вида: $-\frac{dr}{dt} = c \cdot r$, [1] где $c = f(t)$, [2] есть известная функция t.

Тогда для радиального ускорения имеем отсюда такое выражение: $\frac{d^2r}{dt^2} = r[f'(t) + \{f(t)\}^2]$. [3] Итак, в случае [1], [2] имеется радиальная „фиктивная“ сила F_r, пропорциональная r: $F_r = m \cdot r\,[f'(t) + \{f(t)\}^2]$. [4] Если при этом в заданном интервале для t имеет силу неравенство: $f'(t) \geqslant 0$, [5] то: $F_r > 0$, [6] т. е. мы имеем тогда отталкивание.

Если же в заданном интервале для t имеет место такое неравенство: $f'(t) < -\{f(t)\}^2$, [7] то тогда имеется радиальное притяжение.

Если, с другой стороны, имело бы место равенство: $F_r \equiv 0$, [8] то это означало бы что: $f'(t) = -\{f(t)\}^2$. [9]

Иными словами, тогда имело бы место такое дифференциальное уравнение, определяющее выбор функций $f(t)$: $\frac{df}{dt} + f^2 = 0$. [10]

Решение его гласит: $f(t) = \frac{1}{t + c}$, [11] где: $c = \{f(0)\}^{-1}$. [12]

Заметим, что, если в частности: $f'(t) = 0$, [13] т. е., если $f(t) = c = \text{const}$, [14] то имеют место]5] и [6].

* Астрон. журн., X, № 2, 1933.

** r — радиус-вектор спутника относительно центра в M.

§ 3. В аспекте *A*) предполагается известной связь M с r.

В цитированной работе было показано, что в аспекте *A*) имеют силу, в числе прочих, также и связи M с r вида: $M^N r = \text{const}$, [15] где N любое вещественное число.

Именно, [15] есть политропическое обобщение известного закона Пуанкаре-Джинза (в форме автора), естественного для некоторых более специальных случаев.

Из [15] получается следующий, соответствующий [15], закон экспансии (resp. контракции): $\frac{dr}{dt} = \left\{-N\frac{dM}{dt}\cdot\frac{1}{M}\right\}r$, [16] или, обозначая $\left\{-N\frac{dM}{dt}\cdot\frac{1}{M}\right\} = f(t) = c$, [17] имеем отсюда закон экспансии (resp. контракции), соответствующий связи [15], в виде: $\frac{dr}{dt} = c\cdot r$. [18]

[18] совпадает с [1].

Итак, аспект *A*) для случая [15] мы свели к аспекту *C*).

Исследуем [17]. Пусть дано, что имеет место убыль массы. Тогда: $\frac{dM}{dt} < 0$. [19]

Тогда при $N > 0$ [19 I] имеет место неравенство: $f(t) > 0$. [20 I]

При $N < 0$ [19 II], наоборот, имеет место неравенство: $f(t) < 0$. [20 II]

Обратные этим взаимоотношения, очевидно, имеют место в (*b*), случае возрастания массы: тогда, при $N > 0$ [21 I] имеет силу неравенство: $f(t) < 0$. [22 I]

При $N < 0$ [21 II], наоборот, имеется: $f(t) > 0$. [22 II]

В аспекте *A*) N принимается за постоянное в каждой рассматриваемой проблеме. Найдем, заметив это, $f'(t)$. Из [17] тотчас находим:

$$f'(t) = N\left\{\frac{1}{M^2}\left(\frac{dM}{dt}\right)^2 - \frac{1}{M}\frac{d^2M}{dt^2}\right\}. \quad [23]$$

Первый член в скобке справа всегда положителен. Второй же может быть и отрицательным.

Так как $M > 0$, то условие [5] выполняется в том интервале t, в котором имеет силу неравенство: $N\left\{\frac{1}{M}\left(\frac{dM}{dt}\right)^2 - \frac{d^2M}{dt^2}\right\} \geqslant 0$. [24] При $N > 0$ [25] это сводится к требованию: $\frac{1}{M}\left(\frac{dM}{dt}\right)^2 - \frac{d^2M}{dt^2} \geqslant 0$; [26] при: $N < 0$ [27], наоборот, необходимо, чтобы: $\frac{1}{M}\left(\frac{dM}{dt}\right)^2 - \frac{d^2M}{dt^2} \leqslant 0$. [28] Преобразуем левые части [26], [28]: $\frac{1}{M}\left(\frac{dM}{dt}\right)^2 - \frac{d^2M}{dt^2} = \frac{dM}{dt}\left[\frac{1}{M}\frac{dM}{dt} - \frac{d^2M}{dt^2}:\frac{dM}{dt}\right]$ [29] или, иначе: $\frac{1}{M}\left(\frac{dM}{dt}\right)^2 - \frac{d^2M}{dt^2} = \frac{dM}{dt}\left[\beta_M - d\log\frac{dM}{dt}\right]$, [30] где $\beta_M = \frac{1}{M}\frac{dM}{dt}$. * [31]

При убыли массы имеет место [19], в обратном случае [21]. Итак дело сводится к знаку скобки $\gamma : \gamma = \beta_M - d\log\frac{dM}{dt}$. [32] Именно, при $\gamma > 0$ [33] имеем, что, при $N > 0$ [34 a] и $\frac{dM}{dt} > 0$ [34 b] имеют место [5], [6]. При $N > 0$ [35 a] и $\frac{dM}{dt} < 0$ [35 b] имеет место [7], если $\beta_M < \frac{1}{N+1}d\log\frac{dM}{dt}$. [36]

Если же [36] не выполняется, то и в случае [35] имеет место [6].

* Величина β_M входит в закон экспансии (resp. контракции) [16]; эта же величина имеет важное значение для некоторых проблем внутреннего строения космических тел.

Остальные случаи нетрудно получить вполне аналогично рассмотренным только что.

§ 4. В неоднократно цитированной здесь работе было показано, что, если рассматривать аспект B), т. е. считать известной связь M с t, и если, в частности, эта связь имеет вид: $\frac{dM}{dt} = \alpha \cdot M^n$, [37] где α и n суть некоторые постоянные, то закон связи M с r имеет вид: $M^N r + P_{N-1}(M) = 0$, [38] где P_{N-1} есть целый полином по M $(N-1)$-ой степени $(N > 0)$, либо же вид: $M^{N_1} \cdot r + P'_{N_1-1}\left(\frac{1}{M}\right) = 0$, [38'] где P'_{N_1-1} есть целый полином по $\frac{1}{M}$ (N_1-1)-ой степени $(N_1 < 0)$.

[38] или [38'] при этом имеют место в зависимости от значения n в законе [37] изменения массы M.

N (resp. N_1) здесь есть монотонная переменная (функция t), весьма медленно, в общем, изменяющаяся с течением времени.

Для небольших промежутков времени мы и будем, ввиду последнего замечания, приближенно пренебрегать этой переменностью и считать ее приблизительно за постоянную.

Тогда искомый закон экспансии (resp. контракции), соответствующий [37], [38] имеет вид: $\frac{dr}{dt} \simeq \left\{-N\frac{dM}{dt}\frac{1}{M}\right\} \cdot r + \Delta_N\left(\frac{1}{M}\right)$. [39]

Для связи вида [37, [38] закон экспансии (resp. контракции) примет вид:

$$\frac{dr}{dt} \simeq \left\{-N_1\frac{dM}{dt}\cdot\frac{1}{M}\right\}\cdot r + \Delta'_{N_1-2}\left(\frac{1}{M}\right). \qquad [40]$$

Здесь $\Delta_k\left(\frac{1}{M}\right)$ есть целый полином по $\frac{1}{M}$ k-ой степени.

Имея ввиду приложения к реальным космическим условиям, например, к сверх-системе галактик, в которой M достаточно велико, можно отбросить, как показано в цитированной работе, последние члены в правых частях двух последних приближенных равенств, написав их в виде:

$$\frac{dr}{dt} \simeq \left\{-N\frac{dM}{dt}\frac{1}{M}\right\}\cdot r. \qquad [41]$$

[41] совпадает с [16]. Итак, приближенно, случай [37] аспекта B) сведен к случаю [15] аспекта C). А, так как последний был сведен к аспекту C), то мы, следовательно, показали, что, для всех охваченных цитированным исследованием случаев характер динамических проблем определяется равенством [3] и неравенствами [5] [7] или равенствами [11], [12].

Физико-математический институт
Академии Наук им. В. А. Стеклова.
Ленинград.

Поступило
25 IV 1934.

ON THE CENTRAL FORCES OF ATTRACTION AND REPULSION IN A GRAVITATIONAL PROBLEM OF TWO BODIES OF VARIABLE MASS

By M. EIGENSON

(*Communicated by S. Wawilow, Member of the Academy, 25. IV. 1934*)

§ 1. In my paper * I investigated the kinematics of a system consisting of a fixed point centre of mass M varying in time around which a satellite of constant small mass moves along a gravitational orbit.

Mathematically the problem consisted in the study of the different aspects of integration of the fundamental differential equation of the problem containing two unknown functions.

The investigation showed what interrelations connecting the relations between M and r,** M and t, and r and t satisfy the above fundamental equation of the problem in one of the special hypotheses regarding the form of one of these relations.

The kinematics of systems of this kind, when the mass M varies in time, was also studied in the form of the law of expansion (*resp.* contraction) that corresponds to the conditions of the problem.

The object of this paper is not to give new results, but only to present an elementary solution of the dynamical relations already investigated by me. The results of that study serve as the starting point for the present paper.

We shall begin the analysis by considering aspect *C*) of the problem, for, as will be shown later, both aspect *A*) and aspect *B*) may be reduced to aspect *C*).

Aspect *C*) is thus the fundamental aspect in this connexion.

§ 2. In aspect *C*) the relation between r and t is assumed to be known.

Let us assume, for example, that it is given in the form of the law of expansion (*resp.* contraction): $\frac{dr}{dt} = c \cdot r$, [1] where $c = f(t)$ [2] and is a known function of t.

We have then the following expression for the radial acceleration: $\frac{d^2r}{dt^2} = r[f'(t) + \{f(t)\}^2]$. [3] Thus, in case of [1], [2] we have a radial 'fictitious' force F_r proportional to r:

$F_r = m \cdot r[f'(t) + \{f(t)\}^2]$. [4] If at the same time we have for a given interval of t the inequality: $f'(t) = 0$, [5] then $F_r > 0$, [6] i. e. we have then repulsion.

But if for a given interval of t we have the inequality: $f'(t) < -\{f(t)\}^2$, [7] we then have radial attraction.

If, on the other hand, we were to have the equality: $F_r = 0$, [8] it would signify that: $f'(t) = -\{f(t)\}^2$. [9] In other words we should then have the following differential equation determining the choice of the functions of $f(t)$: $\frac{df}{dt} + f^2 = 0$, [10] whose solution is: $f(t) = \frac{1}{t+c}$, [11] where $c = \{f(0)\}^{-1}$. [12] We must note that if in a special case $f'(t) = 0$, [13] i. e. if $f(t) = c = \text{const}$, [14] we then have [5] and [6].

* Russ. Astr. Journal, X, № 2, 1933.

** r is radius-vector of the satellite relative to the centre in M.

§ 3. In aspect *A*) we assume to be known the relation of M and r.

In the paper referred to it was shown that in aspect *A*) the relation of M and r may have among others also the form: $M^N r = \text{const}$, [15] where N may be any real number.

Thus, [15] is a polytropical generalization of the well-known law of Poincaré-Jeans (in the authors' form) natural for some more special cases.

From [15] we obtain the following law of expansion (*resp.* contraction) that corresponds to [15]: $\frac{dr}{dt} = \left\{-N\frac{dM}{dt}\cdot\frac{1}{M}\right\}r$ [16], or, designating $\left\{-N\frac{dM}{dt}\cdot\frac{1}{M}\right\} = f(t) = c$, [17] we have the law of expansion (*resp.* contraction) corresponding to the relation [15] in the form $\frac{dr}{dt} = c\cdot r$. [18] [18] coincides with [1].

Thus for the case [15] we have reduced aspect *A*) to aspect *C*).

Let us now consider [17]. Let us assume that the mass decreases. Then: $\frac{dM}{dt} < 0$. [19] Hence when $N > 0$ [19 I], we have the inequality: $f(t) > 0$, [20 I] but when $N < 0$ [19 II], we have, on the contrary, the inequality: $f(t) < 0$. [20 II]

Evidently in case of the increase of mass (*b*) we shall have the inverse interrelations.

Thus when $N > 0$, [21 I] we have the inequality: $f(t) < 0$. [22 I]

But when $N < 0$, [21 II] we have, on the contrary, $f(t) > 0$. [22 II]

In aspect *A*) we assumed N to be constant in each of the problems considered.

Bearing this fact in mind, let us find $f'(t)$. From [17] we immediately find:

$$f'(t) = N\left\{\frac{1}{M^2}\left(\frac{dM}{dt}\right)^2 - \frac{1}{M}\frac{d^2M}{dt^2}\right\}. \qquad [23]$$

The first member within bracs on the right is always positive. Bu the second may be negative.

As $M > 0$, the condition [5] is satisfied in that interval of t in which we have the inequality $N\left\{\frac{1}{M}\left(\frac{dM}{dt}\right)^2 - \frac{d^2M}{dt_2}\right\} \geqslant 0$. [24] When $N > 0$ [25], this necessitates: $\frac{1}{M}\left(\frac{dM}{dt}\right)^2 - \frac{d^2M}{dt^2} \geqslant 0$, [26] but when $N < 0$ [27], we must have on the contrary, $\frac{1}{M}\left(\frac{dM}{dt}\right)^2 - \frac{d^2M}{dt^2} \leqslant 0$. [28]

Let us transform the left members [26], [28]: $\frac{1}{M}\left(\frac{dM}{dt}\right)^2 - \frac{d^2M}{dt^2} = \frac{dM}{dt}\left[\frac{1}{M}\frac{dM}{dt} - \frac{d^2M}{dt^2} : \frac{dM}{dt}\right]$, [29] or otherwise: $\frac{1}{M}\left(\frac{dM}{dt}\right)^2 - \frac{d^2M}{dt^2} = \frac{dM}{dt}\left[\beta_M - d\log\frac{dM}{dt}\right]$, [30] where $\beta_M = \frac{1}{M}\frac{dM}{dt}$.* [31]

If the mass decreases, we have [19], in the inverse case [21]. Thus, the problem is reduced to the sign of the bracket $\gamma : \gamma = \beta_M - d\log\frac{dM}{dt}$. [32] Namely, when $\gamma > 0$, [33] we have that, when $N > 0$ [34 a] and $\frac{dM}{dt} > 0$, [34 b]

* The quantity β_M is included in the law of expansion (*resp.* contraction) [16]; this quantity is of importance for certain problems of the internal structure of cosmic bodies

we have [5], [6]. When $N>0$ [35a] and $\frac{dM}{dt}<0$ [35b], we have [7], if $\beta_M \leq \frac{1}{N+1} d\log\frac{dM}{dt}$. [36]

But if [36] is not satisfied, then in case [35] we have [6] also.

It is easy to obtain the other cases similarly to those just considered.

§ 4. In my paper already referred to it was shown that, if we consider the aspect *B*), i. e. if we assume the relation M and t to be known and if this relation has the form: $\frac{dM}{dt}=\alpha \cdot M^n$, [37] where α and n are certain constants, then the relation of M and r has the form: $M^N r + P_{N-1}(M)=0$, [38] where P_{N-1} is an integral polynomial in M of $(N-1)$th power $(N>0)$ or in the form: $M^{N_1} \cdot r + P'_{N_1-1}\left(\frac{1}{M}\right)=0$, [38'] where P'_{N_1-1} is an integral polynomial in $\frac{1}{M}$ of (N_1-1)th power $(N_1<0)$.

Then we have [38] or [38'] dependent upon the value of n in the law [37] of the variation of the mass M.

N (*resp.* N_1) is here a monotonous variable (function of t), in general varying but very slowly in the course of time. Therefore, for small intervals of time we shall disregard its variation and assume it to be approximately constant.

Then the law of expansion (*resp.* contraction) corresponding to [37], [38] that is sought for has the form: $\frac{dr}{dt} \simeq \left\{-N\frac{dM}{dt}\frac{1}{M}\right\} r + \Delta_N\left(\frac{1}{M}\right)$. [39] For a relation of the type [37], [38] the law of expansion (*resp.* contraction) shall assume the form: $\frac{dr}{dt} \simeq \left\{-N_1\frac{dM}{dt}\cdot\frac{1}{M}\right\} \cdot r\,\Delta'_{N_1-2}\left(\frac{1}{M}\right)$, [40] where $\Delta_k\left(\frac{1}{M}\right)$ is an integral polynomial in $\frac{1}{M}$ of kth power.

Having in view the application to real cosmic conditions, e. g. to the super-system of galaxies in which M is large enough, we can disregard, as has been shown in the paper referred to, the last members of the right-hand parts of the two last approximate equalities and express them in the form:

$$\frac{dr}{dt} \simeq \left\{-N\frac{dM}{dt}\frac{1}{M}\right\} \cdot r. \qquad [41]$$

[41] coincides with [16]. Thus, approximately, case [37] of aspect *B*) is reduced to case [15] of aspect *A*). But as the latter has been reduced to aspect *C*), we have shown that for all the cases within the scope of the paper referred to the character of the dynamical problems is determined by the equality [3] and inequalities [5], [7] or by the equalities [11], [12].

V. Stekloff Physico-Mathematical Institute
of the Academy of Sciences.
Leningrad.

Received
25. IV. 1934.

ВЛИЯНИЕ ДВУОКИСИ АЗОТА НА КИНЕТИКУ ОКИСЛЕНИЯ ЭТАНА

А. И. СЕРБИНОВ и М. Б. НЕЙМАН

(*Представлено академиком Н. Н. Семеновым 19 IV 1934*)

Автокаталитическая реакция окисления этана ([1,2]) может быть описана формулой

$$w = Ae^{\varphi t}, \quad \text{где} \quad \varphi = kp^n e^{-\frac{\gamma}{T}}. \qquad [1]$$

При понижении температуры φ быстро уменьшается, и скорость делается равной очень малой величине A, так что практически ее можно считать равной нулю.

С точки зрения теории цепных реакций ([3]) это объясняется тем, что вероятность обрыва цепи β делается больше вероятности разветвления δ.

В кварцевом сосуде ($d = 30$ мм) при давлениях порядка 100 мм это отсутствие заметной автокаталитической реакции имеет место при

$$T < 500^\circ \text{ C}.$$

Прибавление к смеси небольших количеств NO_2 во много раз ускоряет реакцию окисления, причем кинетика окисления уже не имеет автокаталитического характера. Можно думать, что NO_2, находящееся в равновесии с NO, создает каким-то образом начальные центры реакции. Это может произойти либо в результате прямой реакции NC_2 с C_2H_6, либо при помощи селективной передачи энергии от молекул NO_2 молекулам O_2 или C_2H_6.

Первая из этих гипотез опровергается прямым опытом, так как при 480° C (температура, при которой произведена большая часть опытов) реакция NO_2 с C_2H_6 может быть обнаружена только в том случае, если парциальное давление NO_2 в 10 раз превышает давление NO_2 в опытах с примесью кислорода.

Скорость реакции окисления определялась как функция парциальных давлений $[NO_2]$, $[C_2H_6]$ и $[O_2]$.

Полученные при этом результаты могут быть выражены эмпирической формулой:

$$w = \frac{[NO_2] \cdot [C_2H_6] \cdot [O_2]}{0.13\,[O_2] + 0.48\,[C_2H_6]} \cdot \frac{\text{мм}}{\text{сек.}}. \qquad [2]$$

Можно предположить следующий механизм реакции:

$$NO_2' + O_2 = NO_2 + O_2' \quad [k_1] \qquad [3]$$

$$O_2' + O_2 = 2O_2 \quad [k_2] \qquad [4]$$

$$O_2' + C_2H_6 = C_2H_6O_2' \quad [k_2] \qquad [5]$$

Последняя реакция может быть цепной (длина цепи ν).

Так как

$$[NO_2'] = k\,[NO_2], \qquad [6]$$

легко найти:

$$[O_2'] = \frac{k \cdot k_1 [NO_2] [O_2]}{k_2 [O_2] + k_3 [C_2H_6]}. \qquad [7]$$

Скорость окисления этана равна:

$$w = \frac{k k_1 k_3 [NO_2] [O_2] [C_2H_6] \cdot \nu}{k_2 [O_2] + k_3 [C_2H_6]}, \qquad [8]$$

что совпадает с найденной на опыте формулой [2].

Согласно формуле [2] отношение $\frac{k_3}{k_2}$ равно $\frac{0.48}{0.13} = 3.7$.

Это значит, что вероятность передачи энергии от NO_2' молекуле C_2H_6 в 3.7 раза больше, чем вероятность передачи энергии молекуле O_2.

Интересно отметить, что Бакстер (4), изучая тушение флюоресценции NO_2 различными газами, нашел, что отношение вероятности передачи энергии кислороду и более сложным молекулам

$$\frac{\gamma_{O_2}}{\gamma_{CO_2}} = \frac{\gamma_{O_2}}{\gamma_{NO_2}} = \frac{1}{4}.$$

Энергия активации изученной реакции равна приблизительно 30 000 кал.

Воспользовавшись этим числом, можно рассчитать скорость активации и сравнить ее со скоростью реакции, что может осветить вопрос о величине длины цепи ν.

Расчет показывает, что скорость активации

$$n = \sqrt{2}\, \pi \sigma^2 n_1 n_2 e^{-E/RT} \simeq 10^{14}, \qquad [9]$$

скорость же реакции при этих условиях

$$w \simeq 10^{16}. \qquad [10]$$

Расхождение величин n и w можно устранить двумя способами: 1) введением Гиншельвуд-Линдемановского (5) поправочного множителя

$$\frac{(E/RT)^{\frac{n}{2}-1}}{\left(\frac{n}{2}-1\right)!}$$

в выражение [9] или 2) предположением, что длина цепи $\nu = 100$.

При настоящем положении вопроса нет никаких оснований предпочесть одну из этих гипотез.

Цепной характер окисления углеводородов, который до сих пор основывается только на неубедительных косвенных доказательствах, может быть установлен лишь в результате прямых опытов фотохимического окисления с определением квантового выхода при разных температурах. Осуществление подобных опытов и является одной из основных задач лаборатории окисления углеводородов.

Лаборатория окисления углеводородов
Ленинградского института химической физики.

Поступило
19 IV 1934.

THE EFFECT OF NITROGEN PEROXIDE ON THE KINETICS OF ETHANE OXIDATION

By A. SERBINOV and M. NEUMAN

(*Communicated by N. Semenov, Member of the Academy, 19. IV. 1934*)

The autocatalytic reaction in the oxidation of ethane ([1,2]) may be represented by the formula

$$w = Ae^{\varphi t}, \quad \text{where} \quad \varphi = ke^{-\frac{\gamma}{T}}. \qquad [1]$$

With decrease of temperature, φ decreases rapidly, and the velocity becomes equal to A, a magnitude so small that for practical purposes it may be regarded as equal to zero.

According to the theory of chain reactions, the explanation lies in the fact that the probability β of the chain breaking becomes greater than the probability δ of the chain branching ([3]).

In a quartz vessel ($d = 30$ mm) at pressures of about 100 mm, this absence of a noticeable autocatalytic reaction occurs when $t < 500°$ C.

The velocity of oxidation is increased several times by adding small quantities of NO_2 to the mixture, and at the same time the autocatalytic character of the oxidation ceases. Possibly NO_2 which is in equilibrium with NO sets up the initial centres of reaction in some way. This might be the result of either a direct reaction between NO_2 and C_2H_6, or a selective transfer of energy from NO_2 molecules to O_2 or C_2H_6.

The former hypothesis is disproved by direct experiment, since at 480° (the temperature at which the majority of experiments were carried out) a reaction between NO_2 and C_2H_6 can only be detected when the partial pressure of the NO_2 is 10 times greater than the pressure of NO_2 used in the experiments with admixtures of oxygen.

The velocity of oxidation was determined as a function of the partial pressures $[O_2]$, $[C_2H_6]$, and $[NO_2]$.

The results thus obtained may be expressed by the empirical equation:

$$w = \frac{d\Delta p}{dt} = \frac{[C_2H_6]\,[O_2]\,[NO_2]}{0.13\,[O_2] + 0.48\,[C_2H_6]} \ \frac{\text{mm}}{\text{sec.}}. \qquad [2]$$

The following reaction mechanism may be postulated:

$$NO_2' + O_2 = NO_2 + O_2' \quad k_1 \qquad [3]$$

$$O_2' + O_2 = 2O_2 \quad k_2 \qquad [4]$$

$$O_2' + C_2H_6 = C_2H_6O_2 \quad k_3 \qquad [5]$$

It is possible that [5] is a chain reaction (length of chain being ν).

Since

$$[NO_2'] = k[NO_2], \qquad [6]$$

it is easy to find:

$$[O_2'] = \frac{kk_1\,[NO_2]\,[O_2]}{k_2\,[O_2] + k_3\,[C_2H_6]}. \qquad [7]$$

The velocity of ethane oxidation is

$$w = k_3 [O_2] [C_2H_6] \nu = \frac{k k_1 k_3 [NO_2] [O_2] [C_2H_6] \nu}{k_2 [O_2] + k_3 [C_2H_6]}, \qquad [8]$$

which agrees with the experimental results represented by formula [2].

According to formula [2], the ratio $\frac{k_3}{k_2}$ is equal to $\frac{0.48}{0.13} = 3.7$. This means that the probability of energy transfer from NO_2' to a molecule of C_2H_6 is 3.7 times greater than the probability of transfer to a molecule of O_2.

It is interesting to note that Baxter (4), when studying the quenching of NO_2 fluorescence by different gases, found that the ratio of the probabilities of energy transfer to oxygen and to the more complex molecules NO_2 and CO_2 was

$$\frac{\gamma_{O_2}}{\gamma_{CO_2}} = \frac{\gamma_{O_2}}{\gamma_{NO_2}} = \frac{1}{4}.$$

The energy of activation of the reaction under examination is approximately equal to 30 000 cal.

Using this figure, we may calculate the rate of activation and compare it with the velocity of the reaction, and in this way throw light on the value of the chain length ν. The calculation shows that the rate of activation

$$n = \sqrt{2}\,\pi\sigma^2 u n_1 n_2 e^{-\frac{30000}{RT}} \cong 10^{14} \frac{\text{mol.}}{\text{sec.}}, \qquad [9]$$

and the velocity of reaction under the same conditions is

$$w \cong 10^{16} \frac{\text{mol.}}{\text{sec.}}. \qquad [10]$$

The disagreement between the quantities n and w may be removed in two ways: 1) by introducing the Hinshelwood-Lindemann (5) correction factor

$$\frac{\left(\frac{E}{RT}\right)^{n/2-1}}{\left(\frac{n}{2}-1\right)!}$$

into the expression [9], or 2) by assuming that the length of the chain $\nu = 100$.

Under the present circumstances there are no grounds for selecting one of these hypotheses rather than the other.

The chain character of the oxidation of hydrocarbons, which has been based up to the present solely on unconvincing and indirect evidence, can only be established by direct experiments on the photochemical oxidation and a determination of the quantum efficiency at different temperatures. It is one of the principal tasks of the laboratory of hydrocarbon oxidation to carry out such experiments.

Laboratory of Hydrocarbon Oxidation
of the Leningrad Institute of Chemical Physics.

Received
19. IV. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1 А. Ковальский, П. Садовников и Н. Чирков. Ж физ. хим., 4, 50, 1933. Kovalskij, Sadovnikov, Čirkov. Phys. Z. d. Sowjetunion, 1 451, 1932. 2 N. Semenov. Phys. Z. d. Sowjetunion, 1, 546, 1932. 3 Н. Семенов. Цепные реакции. 1934. N. Semenov. Chain reactions. 1934. 4 Baxter. J. Am. Chem. Soc., 52, 3920, 1930. 5 Hinshelwood. Proc. Roy. Soc., 113, 230, 1927.

ХИМИЯ

М. В. БРАУЗЕ, М. С. НЕМЦОВ и Е. А. СОСКИНА

КИНЕТИКА ПОЛИМЕРИЗАЦИИ ЭТИЛЕНА

(*Представлено академиком А. Е. Фаворским 17 IV 1934*)

Из имеющихся в литературе работ по изучению термической полимеризации олефинов и, в частности, этилена лишь исследования Пиза [1,2] посвящены кинетике этой реакции, играющей значительную роль почти при всяком пирогенетическом процессе и в особенности при крекинге.

Настоящая работа имела целью дополнить данные исследований Пиза изучением процесса при высоких давлениях и послужила началом для последующих работ с высшими гомологами этилена различного строения.*

Определение скоростей реакции осуществлялось статическим методом в сконструированной одним из нас „изотермической бомбе" [3,4,5]. Применение термостата со сплавом олова и свинца давало возможность производить быстрое нагревание и охлаждение бомбы и весьма точно (в пределах 1—2° С) контролировать температуру в реакционном пространстве. Применение поправки для продолжительности опыта при небольших отклонениях от заданной температуры, проводилось на основании выведенной в настоящей работе температурной зависимости [5].

Материальный баланс учитывался по анализу газов и путем взвешивания бомбы с точностью 0.1 г на специальных прецизионных весах.

Установление гомогенности реакции. Ввиду того, что наряду с данными Пиза о гомогенности полимеризации в литературе имеются наблюдения каталитического воздействия глинозема [6], флоридина [7,8,9,10], железа [11] и др., нами были поставлены опыты сравнения скорости полимеризации в пустой железной бомбе, точно такой же хромированной изнутри бомбе и в тех же бомбах с введенными внутрь пластинками из меди, никкеля и железа. Результаты во всех случаях оказались практически тождественными. Тоже было наблюдено в случае введения порошков окиси цинка и активированного угля. Лишь в отношении флоридина было обнаружено, в соответствии с предыдущими наблюдениями [7], некоторое ускорение реакции (на 15%).

Таким образом, в условиях высоких температур (340—370°) при больших концентрациях этилена (ок. 3 г моля в литре) скорость гомогенной полимеризации настолько велика, что влияние испытанных в настоящей работе катализаторов оказалось практически ненаблюдаемым, и потому результаты, полученные в дальнейших опытах в хромированной бомбе, можно рассматривать как отвечающие чисто гомогенному процессу.

Определение порядка реакции. Проведенные в табл. 1 данные (оп. 4, 11, 12) указывают на то, что с углублением процесса скорость реакции падает в меньшей степени, чем это имеет место при бимолекулярной реакции, что объясняется протеканием вторичных реакций полимеризации этилена с продуктами уплотнения. Не имея пока данных об этих вторичных реакциях, мы воздержались от вывода специального кинетического уравнения для этого процесса и ограничились подбором эмпирического уравнения:

$$K = \frac{x}{C\tau(1-x)^{\frac{1}{2}}},$$

* Проведенные в настоящее время в Гос. институте высоких давлений работы по кинетике уплотнения пропилена, изобутилена и псевдобутилена будут опубликованы в ближайших сообщениях.

где x — прореагировавшая часть исходного этилена, C — исходная концентрация этилена в г-молях в литре и τ — время в минутах.

Это уравнение удовлетворительно описывает изменение скорости реакции даже при большой глубине превращения (см. графа 9, табл. 1). Кроме того в дальнейшей работе в серии подбирались опыты

Таблица 1 — Table 1

Определение кинетического порядка реакции
Determination of the kinetic order of the reaction

№ опыта No of the experiment	Температура в °C Temperature in °C	Продолжит. в мин. τ Reaction time in min.	Исходная концентрация C_2H_4 в г-мол./л Initial concentration of C_2H_4 in g-mole/litre	Образовалось в % % of substance formed		Средняя скорость Average rate $K_{ср.} = \frac{x}{C \cdot \tau} \cdot 10^3$	$K_2 = \frac{x}{C \cdot \tau (1-x)} \cdot 10^3$	$K = \frac{x}{\frac{1}{C \cdot \tau (1-x)^2}} \cdot 10^3$
				C_4H_8	Жидких продуктов Liquid products			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	370	19.3	3.28	2.6	29.8	5.1	7.6	6.2
11	370	29.6	3.43	2.5	45.0	4.7	8.9	6.4
12	370	61.8	3.32	2.1	69.9	3.5	12.3	6.6
13	370	29.6	1.80	3.2	27.8	—	8.4	7.0
14	370	30.9	5.24	1.95	49.3	—	6.5	4.6

с примерно равной глубиной превращения, почему пользование для расчета констант приведенным уравнением не вызывало сомнений.

Для подтверждения найденного Шизом для более низких давлений [2] второго кинетического порядка реакции, были поставлены опыты с переменной исходной концентрацией этилена.

Приведенные в табл. 1 величины бимолекулярных констант K_2 для опытов 13, 11 и 14, рассчитанных по обычной формуле для реакций второго кинетического порядка (графа 8) и по вышеприведенной уточненной формуле (графа 9), показывают, что в первом приближении кинетический порядок соответствует второму, хотя некоторая тенденция падения константы с увеличением концентрации этилена может служить указанием на то, что здесь имеет место осложнение механизма обычной бимолекулярной реакции.

Зависимость от температуры. Приведенные в табл. 2 данные опытов, поставленных при различной температуре и продолжительностях, отвечающих, примерно, равной глубине превращения, дают возможность вычислить энергию активации по уравнению:

$$E = \frac{(4.57 \lg K_2 - \lg K_1)\, T_1 \cdot T_2}{T_2 - T_1} = 38\,400 \pm 200 \text{ кал.}$$

Принимая же во внимание поправку на изменение с температурой средней скорости молекул, получим величину энергии активации $E = 37\,700$ кал.

Эта величина несколько превышает вычисленное Пизом (2) из своих данных значение (35 000 кал.). Однако, последний при расчете констант скорости пользовался уравнением:

$$K = \frac{x}{P z (1 - x)},$$

где P — экспериментально наблюдавшееся в приборе начальное давление при температуре реакции в атмосферах.

Таким образом, концентрация молекул этилена, отвечающих 1 атмосфере при разных температурах, была различной.

Сделав же соответствующий пересчет для перехода от размерности константы Пиза к константе, принятой в настоящей работе по уравнению:

$$E_{\text{испр.}} = E_{\text{Пиза}} \frac{4.57 \cdot T_1 \cdot T_2 \lg \frac{T_2}{T_1}}{T_2 - T_1},$$

мы получили из экспериментальных данных Пиза среднюю величину энергии активации равную 36 300 калорий.

Что касается абсолютных величин констант скорости, то вычисление из данных Пиза по принятой нами формуле константы скорости, например, для температуры в 375° $\left(\text{для опыта, хорошо укладывающегося на прямую, рассчитанную для данных Пиза в координатах } \lg K / \frac{1}{T}\right)$ дало следующее:

По Пизу $K_{375} = 13.6 \cdot 10^{-3}$.
По нашим данным $K_{375} = 7.7 \cdot 10^{-3}$.

Принимая во внимание трудности при динамическом методе точного учета времени реакции, средней температуры в реакционной зоне и т. д., делать заключение относительно полученного расхождения затруднительно.

Однако, можно высказать предположение, что оно не является лишь результатом экспериментальных погрешностей. Это предположение подсказывается также наблюденным в настоящей работе небольшим понижением величины константы с увеличением начальной концентрации этилена (см. табл. 2), которое при малых давлениях опытов Пиза могло привести к повышенному значению константы. Предположенное нами в дальнейшем изучение процесса при более низких давлениях должно уточнить эти результаты и, вероятно, даст возможность сделать заключения о сущности этого, пока не разъясненного, явления.

Пренебрегая этим небольшим отклонением или ограничиваясь концентрациями этилена вблизи 3 граммолекул в литре, на основании полученных данных можно вывести следующее уравнение, описывающее зависимость константы скорости полимеризации от температуры и дающее абсолютное значение этой константы (часть в минуту при концентрации этилена равной 1 г-молю в литре):

$$\lg K = 10.85 - \frac{8400}{T}.$$

Найденная нами величина энергии активации естественно должна была изменить результат сделанного Пизом сопоставления величины константы скорости, вычисленной теоретически на основании молекулярно-кинетических представлений и полученной экспериментально.

Принимая для уравнения

$$K = 60\sqrt{2}\, n\, \pi\sigma^2\, \bar{u} \exp\left(-\frac{E}{RT}\right),$$

n — число молекул этилена в 1 мл $= 6.06 \cdot 10^{20}$, σ — средний диаметр молекулы $= 3.62 \cdot 10^{-8}$(12) и $\bar{u}$ — средняя скорость молекул, вычисленная по уравнению:

$$\bar{u} = \sqrt{\frac{3\,RT}{M}} = 7.58 \cdot 10^4 \text{ см/сек.}^{-1},$$

получим для температуры в 375° С значение для $K_{\text{теор.}} = 3.06$ против $K_{\text{эксп.}} = 7.7 \cdot 10^{-3}$ (опыт 21, табл. 2).

Таблица 2 — Table 2

Влияние температуры

The influence of temperature

№ опыта No of the experiment	Температура в °С Temperature in °C	Продолжит. в мин. τ Reaction time in min.	Исходная концентрация C_2H_4 в г-мол./л Initial concentration of C_2H_4 in g-mole/litre	Образовалось в % % of substance formed		$K \cdot 10^4$	$\lg K \cdot 10^4$	
				C_4H_8	Высших полимеров Higher polymers		Эксперим. Observed.	Вычисленная Calculated
1	2	3	4	5	6	7	8	9
15	315	234	3.18	3.5	20.3	3.66	0.564	0.57
16	320	186	3.20	5.4	19.6	4.85	0.686	0.69
17	330	118.4	3.43	2.9	26.1	8.48	0.928	0.93
18	340	76.6	3.22	2.9	26.2	14.03	1.147	1.15
19	350	47.8	3.30	3.5	26.0	22.3	1.348	1.36
20	360	22.6	3.38	4.3	21.5	39.3	1.594	1.58
4	370	19.3	3.28	2.6	29.8	62.3	1.794	1.79
21	375	16.9	3.20	2.6	31.2	76.7	1.885	1.89
22	380	13.9	3.26	2.9	28.1	85.0	1.930	1.99

Таким образом, лишь одно из 400 активных столкновений приводит к реакции в действительности. Полученная нами величина ниже, чем по Пизу (1 : 2000), но указанное последним несоответствие между опытным и вычисленным значением остается в силе.

Не подвергая здесь более подробному обсуждению предположений Пиза об энергетической картине механизма реакции, связанного с передачей энергии, что предполагается сделать после накопления экспериментального материала в отношении других олефинов, отметим лишь следующие, обращающие на себя внимание, факты.

Как показывают данные таблиц, концентрация первичного продукта уплотнения — бутилена — остается в продуктах реакции во всех случаях весьма низкой, не превышая в среднем 10% от всего прореагировавшего этилена. С другой стороны, исследование жидких продуктов полимеризации (см. следующее сообщение) показало, что в последних преобладают высокомолекулярные углеводороды с числом атомов углерода, превышающим 14. Таким образом, можно предположить, что образующаяся в момент первичной реакции квазимолекула бутилена, несущая в себе всю величину энергии активации плюс теплоту реакции, не только в соответствии с представлениями Пиза может подвергнуться при столкновении с новой молекулой этилена стабилизации, но, очевидно, в большей своей части подвергается немедленному дальнейшему уплотнению.

Далее, некоторый интерес представляет собой тот факт, что концентрация первичного продукта уплотнения C_4H_8 в реакционном газе не оказывается в зависимости от температуры (табл. 2). Это наблюдение заставляет предположить, что энергия активации как для первичной, так и для вторичных реакций, имеет близкую величину.

Государственный институт
высоких давлений. Ленинград.

Поступило
17 IV 1934.

CHEMISTRY

THE KINETICS OF ETHYLENE POLYMERIZATION

By M. KRAUSE, M. NEMCOV, and E. SOSKINA

(*Communicated by A. Favorskij, Member of the Academy, 17. IV. 1934*)

SUMMARY

The present work had for its object to supplement the data obtained by Pease ([1,2]) and served as a starting-point of subsequent work on the higher homologues of olefines of different structures (the results are to be published shortly).

The work was carried out in an isothermic bomb ([3,4,5]) which allowed to observe strictly the desired temperature (to within 1—2°) and definite time of reaction in using the statical method.

The data obtained lead to the following conclusions.

1) Under conditions of high concentrations of ethylene at temperatures above 300° no catalytic action of a metallic surface of Fe, Ni, Cu, Cr, as well as of zinc oxide and activated coal, is observed to occur, and practically only a homogeneous reaction takes place.

2) The change of the reaction rate with the development of the process may be described by the following equation for the constant of the reaction rate corresponding to a part of ethylene reacting during 1 min-

ute, the concentration of the latter being equal to 1 gram molecule in a litre (table 1, column 9);

$$K = \frac{x}{C\tau(1-x)^{\frac{1}{2}}}.$$

3) The kinetic order of the reaction corresponds to a bimolecular reaction, but a slight drop of the constant is observed to occur with the increase of the initial concentration of ethylene (table 1, exp. 13, 11, 14).

4) The influence of temperature upon the reaction rate is expressed by the equation:

$$\lg K = 10.85 - \frac{8400}{T},$$

and the activation energy $K = 37\,700 \pm 200$ cal.

5) A comparison of the experimental values of the constant of the reaction rate with those theoretically calculated shows that of 400 active contacts only one leads to a reaction.

State Institute of
High Pressures. Leningrad.

Received
17. IV. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

[1] P. N. Pease. J. Am. Chem., **52**, 1158 (1930). [2] R. N. Pease. J. Am. Chem. Soc., **53**, 613—619 (1931). [3] G. Egloff and R. Shaad. J. Inst. Petrol., Technol., **19**, 800—811 (1933). [4] М. С. Немцов и А. В. Фрост. Химия твердого топлива, **3**, 555 (1932). M. Nemcov and A. Frost. Chemistry of Solid Fuel, **3**, 555 (1932). [5] Г. И. Краснокутский и М. С. Немцов. ЖОХ, печатается. G. Krasnokutskij and M. Nemcov. Journal of General Chemistry, in the press. [6] В. Н. Ипатьев. ЖРХО, **38**, 63 (1906); **43**, 1420 (1911). V. Ipatjev. Journal of Russian Chemical Society, **38**, 63 (1906); **43**, 1420 (1911). [7] В. Н. Ипатьеви М. С. Немцов. Химия твердого топлива, **3**, 707—713 (1932). V. Ipatjev and M. Nemcov. Chemistry of Solid Fuel, **3**, 707—713 (1932). [8] Л. Г. Гурвич. ЖРХО, **47**, 827 (1915); **48**, 837 (1916). L. Gurvič. Journal of Russian Chemical Society, **47**, 827 (1915); **48**, 837 (1916). [9] С. В. Лебедев и Филоненко. ЖРХО, **54**, 223. (1922); **57**, 127 (1925). S. Lebedev and Filonenko. Journal of Russian Chemical Society, **54**, 223 (1922); **57**, 127 (1925). [10] С. В. Лебедеви Г. Г. Коблянский. ЖРХО, **61**, 9176 (1929). S. Lebedev and G. Kobljanskij. Journal of Russian Chemical Society, **61**, 9176 (1929). [11] Walker. J. Phys. Chem., **31**, 981 (1927). [12] Toshiro Titani. Bull. Ch. Soc. Japan., **5**, 98—108 (1930).

ГЕНЕТИКА

М. Е. ЛОБАШЕВ и Ф. А. СМИРНОВ

К ПРИРОДЕ ДЕЙСТВИЯ ХИМИЧЕСКИХ АГЕНТОВ НА МУТАЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ У *DROSOPHILA MELANOGASTER*

I. ДЕЙСТВИЕ УКСУСНОЙ КИСЛОТЫ НА NON-DISJUNCTION И ТРАНСГЕНАЦИИ У *DROSOPHILA MELANOGASTER*

(*Представлено академиком ВУАН А. А. Сапегиным 17 IV 1934*)

Работами Меллера (1), Тимофеева-Рессовского (2) и Эфраимсона (3) показано, что одной природной радиацией невозможно объяснить естественное мутирование организмов. Разрешение этого вопроса является чрезвычайно важным для понимания динамики вида. Исследователям в этом направлении необходимо было обратиться к выяснению роли других агентов „более обычных", чем X-лучи, для естественных условий организмов, в частности к химическим. Как известно, до настоящего времени было испробовано (методом „проб") большое количество химических веществ в целях выяснения их действия на мутационный процесс у *Drosophila melanogaster* [Манн (4), Меллер (5)]. Однако взятые ими разнообразные хемикалии не оказали никакого действия на трансмутацию генов.* По этим исследованиям все же трудно сделать окончательное заключение о роли химических веществ, ибо само проникновение их остается неясным. Возможно, что отрицательный результат обязан отсутствию непосредственного действия взятых агентов на ген, вследствие непроникновения их в цитоплазму клетки. Отсюда естественно возникает необходимость нового подхода к выяснению истинного действия химических веществ на половую клетку. Это и является целью настоящего исследования, которое представляет собой предварительное сообщение.

Для разрешения поставленной задачи мы решили избрать в качестве агента уксусную кислоту, которая по данным физико-химической биологии известна своей хорошей проникаемостью в клетку. Основываясь на этом, мы предполагали, что малейшее проникновение уксусной кислоты в половую клетку должно нарушить состояние ее плазмы, а это в свою очередь повлечь изменение механизма расхождения хромозом. Поэтому, в нашу задачу входило выяснение действия уксусной кислоты на частоту возникновения первичных нерасхождений X-хромозом (non-disjunction).

Объектом служила линия *Drosophila melanogaster*, содержащая в половой хромозоме ген apricot. Эта линия разводилась в себе в продолжении 15 поколений.

Методика опытов сводилась к следующему. От каждой мухи обычно получали в цилиндриках по две кладки отдельными порциями. Продолжительность каждой кладки 6—8 часов. Одна служила для контроля, другая — для опыта. Опыты производились с личинками пятидневного возраста, развивавшимися при температуре 24—26° С. Личинки выбирались из питательной среды в количестве от 700 до 1000 штук и помещались в цилиндрики, облицованные слоем водного раствора агар-агара. Один цилиндрик служил для контроля, а другой для опыта. Цилиндрик с подопытными личинками плотно закрывался резиновой пробкой с двумя трубками, одна из коих соединялась с колбочкой, напол-

* Работ Баура, Штубе и др. над растительными объектами мы здесь не касаемся.

ненной ледяной уксусной кислотой, а другая отводилась в воду. Колбочка соединялась с газометром, с помощью которого прогонялся ток воздуха через кислоту. Пары кислоты, таким образом, поступали в цилиндрик с личинками. Личинки легко переносят пары кислоты.*

На длительное воздействие паров личинки реагируют замедлением движения. Для усиления концентрации паров до сублетальной дозы, нам пришлось привешивать внутрь цилиндрика кусочек ваты, смоченной в ледяной уксусной за три часа до окончания опыта. При таких условиях смертность личинок достигает 93.7%. Из 1880 штук выжило 119. Все 119 мух, развившиеся из этих личинок (в дальнейшем мы будем называть их просто „уксусными“), исследовались по двум направлениям: самки (apricot), в количестве 69, скрещивались с самцами normal на нерасхождение *X*-хромозом, а самцы (W^a), в количестве 50, исследовались на летальные мутации в *X*-хромозоме обычным методом ClB. Мухи, развившиеся из контроля, исследовались теми же путями.

Методика учета нерасхождения *X*-хромозом сводилась к следующему. Самки apricot, скрещенные с самцами normal, обычно дают в потомстве ♀♀ (по фенотипу) нормальных и ♂♂ абрикосовых. Но как исключения встречаются в потомстве таких срещиваний дочери с признаком матери и сыновья с признаком отца. Эти исключения объясняются, как известно, нерасхождением *X*-хромозом. „Исключительные“ самки имеют набор хромозом *XXY*, самцы *XO*; последние, как правило, стерильны. В целях проверки, получавшиеся исключительные (в F_1) самцы испытывались на стерильность.

Полученные данные. Итоговый результат двух „уксусных“ опытов по нерасхождению показывает более высокий процент исключений по сравнению с контролем (см. табл. 1).

Таблица 1 — Tabelle 1

Данные по влиянию уксусной кислоты на non-disjunction у *Drosophila melanogaster*
Resultate der Wirkung von Essigsäure auf non-disjunction bei *Drosophila melanogaster*

№№ опытов №№ der Versuche	Время воздействия в часах Zeit der Wirkung in Stunden	Самки Weibchen: Всего просмотрено самок Zahl der durchgesehenen Weibchen	Самки Weibchen: Всего исключений Zahl der Ausnahmen	Процент исключений Prozentsatz der Ausnahmen	Самцы Männchen: Всего просмотрено самцов Zahl der durchgesehenen Männchen	Самцы Männchen: Всего исключений Zahl der Ausnahmen	Процент исключений Prozentsatz der Ausnahmen
I	4	839	1	0.119	794	4	0.503
II	17	5948	12	0.200	5426	15	0.276
Всего в опытах Gesamtzahl in Versuchen		6787	13	0.191	6220	19	0.305
Контроль Kontrolle		13113	10	0.076	13798	16	0.116

* Они даже могут в течение часа оставаться живыми в 75% растворе.

На 6787 просмотренных уксусных ♀♀ встретилось 13 исключений или 0.191%, тогда как в контроле на 13113 самок имелось 10 ♀ исключений или 0.076%. Следовательно, в „уксусных“ 1 исключение приходится на 522 обычных, в контроле же 1 исключение — на 1311, т. е. в опыте в два с половиной раза больше, чем в контроле. Если процент исключения контроля принять за 100%, то % уксусных оказывается выше на 151.3%. Разница между „уксусными“ и контрольными составляет $0.115 \pm 0.034\%$, т. е. статистически весьма вероятна (вероятная ошибка вычислена по формуле $m_{diff.} = \pm 0.6745 \sqrt{\frac{a+b}{n_1 \cdot n_2}}$.

Разница в частоте появления исключений у самцов между „уксусными“ и контрольными еще более резкая. На 6220 просмотренных ♂♂ уксусных встретилось 19 исключений или 0.305%; в контроле же на 13798—16 исключений, что составляет 0.116%. Таким образом, здесь в уксусных 1 исключение приходится на 327 обычных, а в контроле 1 на 862. Если опять принять процент исключений в контроле за 100%, то в уксусных он выше на 162.3%. Различие между уксусными и контрольными равно $0.189 \pm 0.043\%$ статистически еще более вероятно (вычислено по вышеприведенной формуле).

Таким образом, полученное в наших опытах нерасхождение хромозом с несомненностью доказывает действие уксусной кислоты на половую клетку, из чего можно сделать вывод, что она проникает в ее цитоплазму.

Таблица 2 — Tabelle 2

Результат опытов по влиянию уксусной кислоты на возникновение мутаций у *Drosophila melanogaster*

Resultate der Versuche von Hervorrufung von letalen Mutationen durch Einwirkung mit Essigsäure bei *Drosophila melanogaster*

№№ опытов №№ der Versuche	Время воздействия в часах Zeit der Wirkung in Stunden	Количество развившихся культур Zahl der entwickelten Kulturen	Мутации — Mutationen		% Мутации % Mutationen
			Летали Letal	Полулетали Semiletal	
I	4	444	1	—	0.22
II	19	665	—	—	—
Всего в опытах Gesamtzahl in Versuchen		1109	1	—	0.090
Контроль Kontrolle					
I	—	612	1	—	0.15
II	—	551	—	—	—
Всего в контроле Gesamtzahl in der Kontrolle		1163	1	—	0.086

При явном наличии влияния кислоты на нерасхождение, можно было ожидать (по аналогии с действием Рентгена, радия и температуры), что от действия уксусной кислоты получится также и учащение генных мутаций.

Параллельно с учетом нерасхождений (в F_1) мы учитываем и частоту возникновения летальных мутаций (в F_2). При этом наши ожидания не оправдались: как опытные, так и контрольные, дали нам почти одинаковые результаты, как это можно видеть из табл. 2.

Из табл. 2 видно, что в „уксусных" на 1109 культур в F_2 была обнаружена лишь одна летальная мутация или 0.090%; в контрольных на 1163 культуры в F_2 также одна или 0.086%. Таким образом, процент летальных мутаций в „уксусных" и контроле не имеет никакого различия.

Рассматривая полученные данные, мы видим с одной стороны явное наличие действия уксусной кислоты на возникновение первичного нерасхождения *X*-хромозом, с другой стороны отсутствие существенного влияния на возникновение летальных мутаций в *X*-хромозоме. Отсюда можно сделать лишь одно заключение: уксусная кислота на стадии личинки проникает в цитоплазму половой клетки и действие ее нарушает механизм расхождения хромозом, но вызвать многочисленные генные изменения она, повидимому, неспособна.

Однако, для окончательного подтверждения подобного заключения требуется выяснить целый ряд моментов (специфичность стадии, своеобразие действия агента и пр.). Работа в этом направлении нами продолжается.

Лаборатория генетики
Ленинградского государственного университета.

Поступило
17 IV 1934.

ÜBER WIRKUNG DER ESSIGSÄURE AUF NON-DISJUNCTION UND TRANSGENATIONEN BEI *DROSOPHILA MELANOGASTER*

Von M. LOBAŠOV und F. SMIRNOV

(*Vorgelegt von A. Sapehin, Mitglied der Ukrainischen Akademie, d. 17.IV.1934*)

ZUSAMMENFASSUNG

Eine grosse Anzahl chemischer Stoffe ist bereits erprobt, um ihre Wirkung auf den Mutationsprozess bei *Drosophila melanogaster* aufzuklären. Dennoch ist es schwer einen endgültigen Schluss über die Rolle der Chemikalien bei der Veränderung der Gene zu ziehen, da selbst die Frage nach deren Eindringen in die Geschlechtszelle ungeklärt bleibt: et ist möglich, dass sie das Zytoplasma nicht erreichen. Deshalb ensteht die Notwendigkeit auf einem neuen Wege eine Klärung der wahren Wirkung der chemischen Stoffe zu versuchen.

Zum Agens wurde, wegen ihres guten Eindringungsvermögens in die Zelle, die Essigsäure gewählt.

Ausser einer Untersuchung der Einwirkung der Essigsäure auf die Häufigkeit der Entstehung der letalen Mutationen, beschlossen wir, zwecks Bestätigung ihres Eindringens, die Häufigkeit des primären Nichttrennens der *X*-Chromosomen abzuschätzen.

Dämpfe von Essigsäure wurden mit Hilfe eines Gasmessers durch ein Glas mit 5-tägigen Larven getrieben, die dem natürlichen Nahrungsmilieu entnommen waren.

In der Nachkommenschaft der im Larvenstadium beeinflussten Fliegen wurden unter 6787 Weibchen 13 Ausnahmsweibchen gefunden, was 0.191% ausmacht, während die Kontrolle nur 10 Ausnahmsweibchen auf 13113 Weibchen, oder 0.076% ergab. Somit ist die Zahl der Ausnahmsweibchen im Experiment um $2^1/_2$ mal höher als in der Kontrolle.

In der Nachkommenschaft der im Larvenstadium beeinflussten Fliegen entstanden 19 Ausnahmsmännchen auf 6.220 Männchen, oder 0.305%; in der Kontrolle dagegen — nur 16 Ausnahmen auf 13798 Männchen, oder 0.116%.

Die Differenz zwischen der Versuchszahl und der Kontrollzahl beträgt $0.189 \pm 0.043\%$, was statistisch als gesichert erscheint.

Aus diesen Zahlen lässt sich eine Einwirkung der Essigsäure auf Non-disjunction folgern.

Bei einer parallelen Aufzählung der letalen Mutationen mit Hilfe des ClB-Verfahrens ergaben die Versuchs- und die Kontrollkulturen gleiche Resultate (0.090% und 0.086%).

Die erhaltenen Daten erlauben den Schluss zu ziehen, dass die Essigsäure im Larvenstadium in das Zytoplasma eindringt und eine Störung des Mechanismus der Chromosomentrennung bewirkt. Dagegen muss die Frage nach ihrer Wirkung auf den Prozess der Genovariationen offen gelassen werden.

Laboratorium für Genatik
der staatl. Universität. Leningrad.

Eingegangen
d. 17.IV.1934.

ЛИТЕРАТУРА — LITERATUR

[1] H. G. Muller and Mott-Smith. Proc. Nation. Acad. Sci., 16, 277—285 (1930). [2] N. W. Timofeeff-Ressovsky. Ergebn. mediz. Strahlenforsch., Bd. V, 131, 228, (1931). [3] В. П. Эфраимсон. Ж. экспер. биологии, т. VII, в. 1, 3—14 (1931). [4] C. Mann Margaret. Journ. of Exper. Zoology, 38, 213—244 (1923). [5] H. G.Muller. Proc. Nation. Acad. Sci., 14, 714—726 (1928).

БИОЛОГИЯ

Б. В. КЕДРОВСКИЙ

НОВЫЕ ДАННЫЕ ПО МОРФОЛОГИИ БЕЛКОВОГО ОБМЕНА ВЕЩЕСТВ ЖИВОТНОЙ КЛЕТКИ

(*Представлено академиком А. А. Рихтером 13 IV 1934*)

1. Хлопину ([1]) принадлежит открытие одного замечательного факта из области прижизненной окраски животных тканей: основная краска, проникающая в клетку, отлагается в гранулах или в вакуолях, образованию которых она сама способствует и в которых она затем конденсируется за счет постепенной „секреции“ сюда из плазмы веществ, способных к связыванию вновь поступающих количеств краски. Секреция этих веществ, по Хлопину, связана с их постепенным образованием в клетке. Состоящие из них гранулы окрашиваются на фиксированных препаратах исключительно основными красками. Гранулы, содержащие витальную краску (прижизненные наблюдения), по форме и по месту своего расположения в клетке довольно хорошо соответствуют этим базофильным гранулам.

Несколько позже в иностранной литературе ([2, 3]) было высказано иное мнение:* вещества, поступающие в гранулы, в которых идет накопление краски, происходят путем обособления, отмешивания из основной массы протоплазмы; они, следовательно, предсуществуют в клетке. Мы имели бы в этом последнем случае отдаленную аналогию с „реакцией осаждения“, которая происходила бы при этом в живой клетке. Сообщаемые ниже наблюдения показывают, что противоречий между двумя приведенными взглядами на самом деле нет и что оба процесса при прижизненной окраске идут одновременно, дополняя друг друга.

2. Икра лягушки (*R. temporaria* L.) воспитывалась в очень сильно разведенном (1 : 5 000 000) и постоянно обновляемом растворе нейтральной красной краски (Neutralrot); головастики окрашивались еще внутри оболочки, развивались, продолжая накоплять краску, до стадии 12 мм и затем, темнокрасные, погибали. Рост и развитие останавливались уже на 16-й — 20-й день (сравнение с контролем), но жизнь и движения сохранялись еще немного дольше (до 4 недель).

Осторожное выделение отдельных окрашенных органов из туловища головастика позволило создать приблизительную картину распределения краски по разным органам в течение исследованных стадий развития. Фиксированный и окрашенный (Азур-эозин, Доминичи, Творт и т. д.) материал дал возможность проделать тот же анализ по отношению к базофильным гранулам фиксированных тканей. Полученные до сих пор результаты указывают, что прижизненно-окрашенные гранулы в большинстве органов появляются раньше, чем на фиксированных препаратах удается обнаружить их базофилию. Наполнение гранул базофильной субстанцией происходит, другими словами, в течение развития головастика позднее, чем они возникают. На всех стадиях, где базофильных гранул еще нет или где они ещё присутствуют в незначительных количествах, клетки почти всех тканей головастика отличаются очень высокой степенью диффузной базофилии протоплазмы. Исключение составляют только

* Основу для такого взгляда можно найти в цитированной работе Хлопина (стр. 588 и след.).

очень немногие клетки;* к ним относятся, например,** специальные лейкоциты и клетки некоторых отделов канальцев головной почки. В этих же тканях невозможно было обнаружить и базофильных гранул, даже при наиболее продолжительном пребывании головастика в краске. Поперечнополосатый синцитий сердца представляет собой обратное исключение: очень быстро утрачивая слабую базофилию ранних стадий своего развития, он тем не менее тоже очень быстро образует и базофильные гранулы, связывающие краску при витальном окрашивании.

В других тканях (эпидермис, эпителий полости рта и жаберной полости, нейробласты центральной нервной системы, ткани глаза, мышцы, хрящи, многие отделы кишечника и т. д.) базофильные гранулы первоначально лежат в базофильной плазме. Однако, позднее, и особенно на наиболее поздних из всех исследованных стадий, когда вся клетка переполняется большим числом гранул, плазма большинства органов и тканей частично и, наконец, полностью утрачивает свою базофилию,*** несмотря на то, что витально окрашенные органы при жизни продолжают функционировать (простые рефлексы, сокращения мышц). Цитологические картины достаточно убедительно свидетельствуют о том, что в состав гранул, образованных в избытке, входит в конце концов вся „базофильная плазма“ клетки.

Для подобного рода отложения витальной краски в гранулах недостаточно, однако, только того, чтобы соответствующие клетки были базофильны. Есть например, целый ряд сильно базофильных клеток (некоторые участки мезенхемы; материнские клетки кроветворной ткани почки; толстая кишка, печень и т. п.), в которых или никогда не откладывается витальная краска или гранулы, ею образованные, не наполняются впоследствии новым специфическим содержимым. Во многих такого рода случаях следует, вероятно, принять гипотезу о „связанном“ состоянии базофильной субстанции в плазме, в котором она не может быть отмешана из ее основы. В других случаях, повидимому, не хватает физико-химических условий для образований самих гранул; в третьих — весь орган или ткань в целом являются непроницаемыми для витальной краски. С другой стороны, пример сердечной мышцы показывает, что отложение базофильных гранул может происходить и в хромофобной протоплазме.

3. Результаты, полученные для последних дней жизни окрашенных животных, позволяют рассматривать весь процесс связывания витальной краски в гранулах, как отмешивание, отделение особых, еще неорганизованных составных частей из протоплазмы. При этом, однако, происходит и их постоянное новообразование (мышца сердца), которое непрерывно продолжается до тех пор, пока клетка еще жива и жизнеспособна. В тех случаях, когда, по мере образования и накопления этих веществ клетками в течение их обычного обмена веществ, они сейчас же связываются в гранулах краской и выходят, таким образом, из круговорота веществ в клетке, последняя перестает расти и размножаться. Это легко обнаружить по замедлению и, наконец, полному прекращению роста головастиков, живущих в краске. Оно как раз наступает в связи с по-

* Некоторые органы головастика (в том числе эндокринные органы) не вошли в план работы.

** Другие исключения: клетки хорды, слой особых клеток под эпителием, сильно окрашивающихся прижизненно, и пигментные клетки.

*** Витальная краска, сохранившаяся в фиксированных тканях, удалялась путем окисления перманганатом. Срезы контроля и опыта наклеивались для окраски на одно и то же стекло.

явлением базофильных гранул в тканях. Здесь открывается путь для суждения о физиологическом значении „базофильных субстанций“.*

Очевидно, являясь белковыми по своей природе (Хлопин), они играют роль специфического материала в синтезе новой протоплазмы; но в то же время в большинстве органов они одновременно являются материалом, который, в случае надобности, используется и при диссимиляции. В органах, лишенных постоянной базофилии (сюда относятся многие ткани взрослого животного), аналогичные им продукты, очевидно, столь быстро расходуются клетками, что не задерживаются в сколько-нибудь значительных количествах; согласно Хлопину, однако, базофильные гранулы при витальной окраске могут быть образованы и в них.

Таковы основные мысли и предположения, которые рождаются при оценке уже просмотренного мною материала.

Более глубокое освещение всех затронутых вопросов будет дано в серии специальных работ.

Институт экспериментальной биологии
Народного комиссариата здравоохранения.
Москва.

Поступило
13 IV 1934

BIOLOGIE

NEUE DATEN ÜBER DIE MORPHOLOGIE DES EIWEISSSTOFFWECHSELS DER TIERISCHEN ZELLE

Von. B. KEDROVSKIJ

(*Vorgelegt von A. Richter, Mitglied der Akademie, d. 13. IV. 1934*).

1. Chlopin ([1]) gehört die Entdeckung einer merkwürdigen Tatsache aus dem Gebiete der vitalen Färbung tierischer Gewebe: die in die Zelle eindringende basische Farbe lagert sich in Granulis oder Vakuolen ab, zu deren Bildung sie selber beiträgt und in denen sie sich nachher in Verbindung mit bestimmten Stoffen kondensiert.

Die Sekretion dieser Stoffe in die Vakuolen ist, nach Chlopin, mit ihrer allmählichen Bildung in der Zelle verknüpft. Die aus denselben bestehenden Granula färben sich auf fixierten Präparaten nur mit basischen Farbstoffen. Die den Vitalfarbstoff enthaltenden Granula (vitale Beobachtung) entsprechen ihrer Form und ihrer Anordnung in der Zelle nach diesen basophilen Granula recht gut.

Etwas später wurde in der ausländischen Literatur ([2,3]) eine andere Ansicht geäussert: die in die Granula eintretenden Stoffe, in denen eine Speicherung der Farbe stattfindet, entstehen durch Absonderung, Entmischung aus der Grundmasse des Protoplasma, sie bestehen, folglich in der Zelle vor. Wir hätten in diesem letzteren Falle eine entfernte Analogie zur „Fällungsreaktion“, die hierbei in der lebenden Zelle stattfinden würde. Die im nachstehenden mitgeteilten Beobachtungen zeigen, dass zwischen den beiden angeführten Ansichten tatsächlich kein Widerspruch besteht

* Ограничение этого понятия можно будет дать лишь по окончании всего ряда предположенных исследований.

und dass beide Prozesse bei der vitalen Färbung gleichzeitig vor sich gehen und sich gegenseitig ergänzen.

2. Froschlaich (*R. temporaria* L.) wurde in einer sehr stark verdünnten (1 : 5 000 000) und ständig erneuerten Neutralrotlösung gezüchtet; die Kaulquappen färbten sich bereits innerhalb der Hülle, entwickelten sich, indem sie fortlaufend Farbe speicherten, bis zum Stadium von 12 mm und gingen dann, dunkelrot, zu Grunde. Wachstum und Entwickelung blieben bereits am 16—20 Tage stehen, während Leben und Bewegung sich noch etwas länger erhielten (bis zu 4 Wochen).

Ein vorsichtiges Herausnahmen der einzelnen gefärbten Organe aus der Kaulquappe gestattete ein ungefähres Bild der Verteilung des Farbstoffs in den verschiedenen Organen im Laufe der untersuchten Entwicklungsstadien zu entwerfen. Das fixierte und gefärbte Material (Azur-Eosin, Dominici, Twort u. s. w.) gab die Möglichkeit dieselbe Analyse in bezug auf die basophilen Granula der fixierten Gewebe auszuführen. Die bisher erhaltenen Resultate zeigen, dass die vital gefärbten Granula in der Mehrzahl der Organe früher auftreten, als es gelingt in den fixierten Präparaten ihre Basophilie nachzuweisen. Die Füllung der Granula mit basophiler Substanz erfolgt, mit anderen Worten, im Laufe der Entwicklung der Kaulquappe später, als sie entstehen. In allen Stadien, wo noch keine oder nur sehr wenige basophile Granula vorhanden sind, zeichnen sich die Zellen fast aller Gewebe der Kaulquappe durch einen sehr hohen Grad der diffusen Basophilie des Protoplasma aus. Eine Ausnahme bilden nur sehr wenige Zellen;* zu ihnen gehören, z. B.,** die Spezialleukozyten und die Zellen hinterer Teile der Kanälchen der Vorniere. In diesen Geweben war es auch nicht möglich basophile Granula, sogar bei längstem Verbleiben der Kaulquappe in der Farbe zu finden. Das quergestreifte Synzytium des Herzens bildet eine umgekehrte Ausnahme: indem es sehr schnell die schwache Basophilie der Anfangsstadien seiner Entwicklung verliert, bildet es trotzdem sehr schnell auch basophile Granula, die die Farbe bei der Vitalfärbung binden.

In den anderen Geweben (Epidermis, Epithel der Mundhöhle und der Kiemenhöhle, Neuroblasten des Zentralnervensystems, Gewebe des Auges, Muskeln, Knorpel, viele Teile des Darmes u. s. w.) liegen die basophilen Granula ursprünglich im basophilen Plasma. Später, jedoch, und besonders in den spätesten der beobachteten Stadien, wenn die ganze Zelle von einer grossen Zahl Granula überfüllt wird, verliert das Plasma der Mehrzahl der Organe und Gewebe teilweise und, schliesslich, ganz seine Basophilie, trotzdem die vital gefärbten Organe fortfahren zu funktionieren (einfache Reflexe, Muskelkontraktionen). Die zytologischen Bilder zeigen uns mit hinreichender Überzeugungskraft, dass im Bestande der reichlich gebildeten Granula schliesslich das ganze „basophile Plasma" der Zelle enthalten ist.

Für eine derartige Ablagerung des Vitalfarbstoffs in den Granulis genügt es jedoch nicht, dass die entsprechenden Zellen basophil sind. Es gibt, z. B., eine ganze Reihe stark basophiler Zellen (einige Teile des Mesenchyms; die Mutterzellen des blutbildenden Gewebes der Niere; der Dickdarm, die Leber u. s. w.), in denen sich entweder niemals Vitalfarbe ablagert, oder die von ihr gebildeten Granula sich nachher nicht mit dem

* Einige Organe der Kaulquappe (darunter die endokrinen Organe) waren in den Plan der Arbeit nicht einbegriffen.

** Andere Ausnahmen: die Zellen der Chorda, eine Schicht besonderer Zellen unter dem Epithel, die sich vital stark farben, sowie die Pigmentzellen.

spezifischen Inhalt füllen. In vielen Fällen dieser Art muss, offenbar, die Hypothese von einem „gebundenen" Zustand der basophilen Substanz im Plasma, in dem sie nicht aus ihrer Grundmasse entmischt werden kann, angenommen werden. In anderen Fällen fehlen, offenbar, die physikalisch-chemischen Bedingungen für die Bildung der Granula selbst; in wieder anderen Fällen ist das ganze Organ oder Gewebe für die Vitalfarbe undurchdringlich. Andererseits zeigt das Beispiel des Herzmuskels, dass eine Ablagerung basophiler Granula auch im chromophoben Protoplasma stattfinden kann.

3. Die für die letzten Lebenstage der gefärbten Tiere erhaltenen Resultate gestatten den ganzen Prozess der Bindung des Vitalfarbstoffs in den Granulis als Entmischung besonderer, noch unorganisierter Bestandteile aus dem Protoplasma zu betrachten. Hierbei erfolgt, jedoch, auch ihre ständige Neubildung (Herzmuskel!), die ununterbrochen andauert, so lange die Zelle noch lebendig und lebensfähig ist. In den Fällen, in denen nach Massgabe der Bildung und Speicherung dieser Stoffe durch die Zellen im Laufe ihres gewöhnlichen Stoffwechsels sie sofort von dem Farbstoff in den Granulis gebunden werden und somit aus dem Kreislauf der Stoffe in der Zelle ausscheiden, hört letztere auf zu wachsen und sich zu vermehren. Das kann man leicht an der Verzögerung und, schliesslich, dem völligen Aufhören des Wachstums der in der Farbstofflösung lebenden Kaulquappen sehen. Das tritt immer im Zusammenhange mit dem Erscheinen basophiler Granula in den Geweben ein. Hier bildet sich ein Weg zur Beurteilung der physiologischen Bedeutung der „basophilen Substanzen."*

Offenbar spielen diese Stoffe, die ihrer Natur nach Eiweissstoffe sind (Chlopin), die Rolle eines spezifischen Materials in der Synthese des Protoplasma; gleichzeitig sind sie, jedoch, in der Mehrzahl der Organe ein Material, das, nötigenfalls, auch in der katabolischen Phase des Stoffwechsels ausgenutzt wird. In den Organen, die keine beständige Basophilie besitzen (hierher gehören viele Gewebe des erwachsenen Tieres) werden analoge Stoffe, offenbar, so schnell von den Zellen verbraucht, dass sie sich nicht in irgendwie merklichen Mengen ansammeln; nach Chlopin können, jedoch, auch in ihnen basophile Granula bei Vitalfärbung gebildet werden.

Das sind die Grundgedanken und Vermutungen, die bei der Wertung des von uns bisher durchgesehenen Materials erwachsen. Eine tiefergehende Beleuchtung aller berührten Fragen wird in einer Serie von Spezialarbeiten gegeben werden.

Institut für experimentelle Biologie beim
Volkskommissariat für Gesundheitspflege.
Moskau.

Eingegangen
d. 18. IV. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — LITERATUR

[1] N. G. Chlopin. Arch. exp. Zellforsch., **4**, 462, 1927. [2] J. Gicklhorn. Ergebn. d. Phys., **31**, 388, 1931. [3] W. Leber. Z. Zellforsch., **14**, 566, 1931.

* Eine Einschränkung dieses Begriffs wird erst nach Abschluss der ganzen Reihe der geplanten Untersuchungen möglich sein.

БИОЛОГИЯ

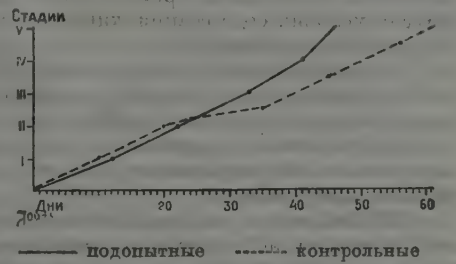
Р. И. БЕЛКИН

ВЛИЯНИЕ ВЕЩЕСТВА ЗАДНЕЙ ДОЛИ ГИПОФИЗА НА РЕГЕНЕРАЦИЮ У АКСОЛОТЛЕЙ

(*Представлено академиком А. А. Рихтером 27 III 1934*)

Среди внутренних факторов, влияющих на формообразование животных, гормоны желез внутренней секреции играют наиболее важную роль. Способность восстанавливать утраченные части организма у некоторых животных является несомненно формообразовательным процессом, и потому естественно предполагать, что внутрисекреторная функция некоторых желез должна оказывать влияние и на регенерацию.

Исследованию действия гипофиза на течение процесса регенерации посвящено пока немного работ. Ганко (1) сообщил о необычайном ускорении регенерации у *Asellus aquaticus* воздействием экстракта гипофиза. Также Ромейс (2) установил, что сила регенерации хвоста у головастиков *Rana esculenta* может быть усилена кормлением веществом гипофиза, причем в этом случае как железистая, так и мозговая части этой железы, имеют одинаковое действие. Исследования на млекопитающих, проведенные Лаубером (3), привели к выводу, что гормоны гипофиза — пролан и гипофизин — благоприятно действуют на заживление ран у мышей; пролан значительно ускоряет рубцевание, гипофизин, хотя несколько слабее, но все же действует ускоряюще.



Особо следует выделить исследования по удалению из организма собственной нормально функционирующей гипофизарной железы. Шоттэ (4) производил ампутацию конечностей или хвоста до гипофизектомии, одновременно с ней или после этой операции и получил следующие результаты: а) у взрослых тритонов гипофизектомия вызывает замедление регенерации конечностей по сравнению с контрольными животными минимум на 40 дней, замедление регенерации хвоста до 30 дней и во всех последних случаях — атипическую регенерацию; б) у личинок саламандр удаление гипофиза определяет или полное отсутствие регенерации, или замедление ее, как и в опытах со взрослыми тритонами; в) что касается личинок тритонов, то после той же операции регенерация ампутированных конечностей или хвоста идет так же как у нормальных, и никаких аномалий не наблюдалось. Автор приходит к выводу, что присутствие гипофиза необходимо для обеспечения нормального процесса регенерации у взрослых тритонов и личинок саламандр; отсутствие влияния гипофизектомии на регенерацию у личинок тритонов автор считает возможным объяснить установленной американской школой функциональной корреляцией между щитовидной железой и гипофизом.

Кабак ([5]) использовал для своих исследований аксолотлей нормальных (контроль), гипофизектомированных и гипофизектомированных с последующей через некоторое время имплантацией гипофиза; у этих животных он ампутировал конечности или части хвоста. Этот автор пришел к противоположным по сравнению с Шоттэ выводам, а именно: сравнение регенерации ампутированных частей у аксолотлей нормальных, гипофизектомированных и у гипофизектомированных с последующей имплантацией гипофиза показывает, что никакой разницы между стадиями регенерации у аксолотлей разных групп не наблюдается и что на морфологическую дифференциацию регенерата отсутствие гипофиза не оказывает заметного тормозящего влияния, однако рост регенератов при отсутствии гипофиза отстает.

Для своих опытов я также использовал аксолотлей в возрасте 3—4 месяцев, т. е. у которых регенерационная способность хорошо выражена. Опытных животных в количестве 8 я содержал во взвеси Pituglandol „Roche“ (вещества задней доли гипофиза) из расчета 0.25 см^3 фильтрованного вещества на один литр воды. Взвесь освежалась каждые пять дней, за все время опыта Pituglandol добавлялся 8 раз; измерения растущих регенератов производились по методу, предложенному Кабаком. Другие условия содержания животных были одинаковы. Мною получены следующие результаты:

1. Контрольные аксолотли полностью регенерировали ампутированные конечности через 61 день, каковой срок, судя по ряду других моих опытов, следует признать нормальным.

2. Аксолотли, содержавшиеся во взвеси Pituglandol, полностью регенерировали ампутированные конечности через 46 дней или на 15 дней раньше контрольных.

3. Как видно из приложенных кривых, начало регенерации до второй стадии включительно (регенерационная почка имеет вид конуса без видимой дифференциации) протекает у опытных и контрольных аксолотлей одинаково. С этого момента начинается ускорение регенерационного процесса у опытных животных.

4 Регенерировавшие конечности никаких уклонений от нормы не представляют.

Хотя примененная мною методика отличается от методик, использованных Шоттэ и Кабаком, считаю однако возможным на основе моих наблюдений присоединиться к мнению Шоттэ, что гипофиз оказывает влияние на регенеративные процессы.

Институт экспериментальной биологии Поступило
Иенского университета и Институт зоологии 27 III 1934.
Женевского университета

BIOLOGIE

DER EINFLUSS DER HINTERLAPPENSUBSTANZ DER HYPOPHYSE AUF DIE REGENERATION BEI AXOLOTLEN

Von R. BELKIN

(*Vorgelegt von A. Richter, Mitglied der Akademie, d. 27. III. 1934*)

In der Reihe der inneren Faktoren, welche die Formbildung der Tiere beeinflussen, spielen die Hormone der Drüsen innerer Sekretion die

allerwichtigste Rolle. Die manchen speziell dazu befähigten Tieren eigene Wiederherstellung eingebüsster Teile des Organismus ist zweifellos ein Formbildungsprozess und daher ist es natürlich anzunehmen, dass die innersekretorische Funktion gewisser Drüsen auch die Regeneration beeinflussen dürfte.

Es sind einstweilen nicht viele Arbeiten erschienen, die der Untersuchung von Einwirkung der Hypophyse auf den Verlauf des Regenerationsprozesses gewidmet wären. Hanko (1) berichtete von einer ausserordentlichen Beschleunigung der Regeneration bei *Asellus aquaticus* durch die Einwirkung von Hypophysenextrakt. Romeis (2) stellte ebenfalls fest, dass die Intensität der Regeneration des Schwanzes bei Kaulquappen von *Rana esculenta* durch Fütterung mit Hypophysensubstanz verstärkt werden kann, wobei in diesem Falle die eigentliche Drüsen- und die Hirnsubstanz besagter Drüse die gleiche Wirkung ausüben. Die von Lauber (3) an Säugetieren ausgeführten Forschungen brachten ihn zum Schlusse, dass die Hormone der Hypophysen — Prolan und Hypophysin — die Wundheilung bei Mäusen begünstigen; das Prolan beschleunigt in erheblichem Masse die Vernarbung, und das Hypophysin, obschon etwas schwächer, übt doch ebenfalls eine beschleunigende Wirkung aus.

Besonders zu betrachten sind die Untersuchungen über die Entfernung aus dem Organismus der eigenen normal funktionierenden Hypophysardrüse. Schotté (4) führte eine Amputation der Extremitäten oder des Schwanzes aus, vor der Hypophysektomie, gleichzeitig mit oder unmittelbar nach besagter Operation, und erzielte folgende Ergebnisse: a) bei ausgewachsenen Molchen bewirkt die Hypophysektomie eine Verzögerung der Extremitätenregeneration im Vergleich zu den Kontrolltieren mindestens um 40 Tage, eine Verzögerung der Regeneration des Schwanzes bis zu 30 Tagen und in allen letzterwähnten Fällen einen atypischen Charakter der Regeneration; b) bei Salamanderlarven bewirkt die Extirpation der Hypophyse entweder ein völliges Ausbleiben der Regeneration oder eine Verzögerung derselben, wie in den Experimenten an ausgewachsenen Molchen; c) was die Molchlarven betrifft, so hat dieselbe Operation eine Regeneration der amputierten Extremitäten oder des Schwanzes zur Folge, welche ebenso wie bei normalen Tieren vor sich geht, und wurden sonst keinerlei Anomalien beobachtet. Der Verfasser macht hieraus die Folgerung, dass Vorhandensein der Hypophyse für das Zustandekommen des normalen Regenerationsprozesses bei ausgewachsenen Molchen und Salamanderlarven unentbehrlich ist; Verfasser ist auch geneigt, das Ausbleiben des Einflusses der Hypophysektomie auf die Regeneration bei Molchlarven durch die von der amerikanischen Schule festgestellte funktionale Korrelation zwischen Schilddrüse und Hypophyse zu erklären.

Kaback (5) benutzte für seine Untersuchungen normale Axolotle (Kontrollexemplare), hypophysektomierte und desgleichen mit bald darauffolgender Implantation der Hypophyse; bei diesen Tieren amputierte er die Extremitäten oder einen Teil des Schwanzes. Die Ergebnisse dieses Autors widersprechen denjenigen von Schotté, und zwar: der Vergleich der Regeneration amputierter Teile bei normalen Axolotlen, bei hypophysektomierten und desgleichen mit nachfolgender Implantation der Hypophyse bezeugt seines Erachtens, dass zwischen den Regenerationsstadien verschiedener Gruppen von Axolotlen keinerlei Unterschied bemerkbar ist und dass das Abhandensein der Hypophyse keinen merklichen hemmenden Einfluss auf die morphologische Differenzierung des Regenerats ausübt,

jedoch wird der Wachstum der Regenerate durch das Fehlen der Hypophyse aufgehalten.

Für meine Experimente habe ich ebenfalls 3—4 Monate alte Axolotle benutzt, d. h. solche, bei denen die Regenerationsfähigkeit gut ausgedrückt ist. Die Versuchstiere (8 an der Zahl) wurden in einer Emulsion von Pituglandol Roche (Hinterlappensubstanz der Hypophyse) erhalten, von berechnet 0.25 cm^3 filtrierter Substanz auf ein Liter Wasser. Die Emulsion wurde alle 5 Tage aufgefrischt, während der ganzen Dauer des Experiments wurde das Pituglandol achtmal hinzugefügt; die Abmessung der wachsenden Regenerate erfolgte nach dem von Kaback vorgeschlagenen Verfahren. Die übrigen Erhaltungsbedingungen der Tiere waren genau die gleichen. Ich erzielte folgende Ergebnisse:

1. Die Kontrolltiere regenerierten vollkommen ihre amputierten Extremitäten nach Ablauf von 61 Tagen, welcher Zeitraum auf Grund von einer Reihe meiner anderweitigen Experimente als normal anzusehen ist.

2. Axolotle, die in der Emulsion von Pituglandol erhalten wurden, regenerierten ihre amputierten Extremitäten nach Ablauf von 46 Tagen, d. h. 15 Tage früher, als die Kontrolltiere.

3. Wie aus beigefügten Kurven ersichtlich (S. 317), verläuft der Beginn der Regeneration bis zum zweiten Stadium inklusive (die Regenerationsknospe ist kegelförmig gestaltet, ohne sichtbare Differenzierung) bei Versuchs- und Kontrollaxolotlen identisch. Von diesem Momente an beginnt die Beschleunigung des Regenerationprozesses bei den Versuchstieren.

4. Die regenerierten Extremitäten bieten keinerlei Abweichungen von der Norm dar.

Obwohl die von mir angewandte Methode von denjenigen Schotté's und Kaback's sich unterscheidet, so halte ich es doch für möglich, auf Grund meiner Beobachtungen mich der Meinung Schotté's anzuschliessen, laut welcher die Hypophyse einen Einfluss auf die Regenerationsprozesse ausübt.

Anstalt für experimentelle Biologie der Universität Jena und Institut de Zoologie de l'Université de Genève.

Eingegangen d. 27. III. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — LITERATUR

[1] B. Hanko. Roux'Archiv, 34, 477—488 (1912). [2] B. Romeis. Roux'Archiv, 37, 183—216 (1913). [3] H. J. Lauber. Bruns' Beiträge, 157, 244—265 (1933). [4] O. Schotté. Compt. rend. Societé de Physique et d'Hist. nat. Genève, 43, № 2, 67—72 (1926). [5] М. Кабак. Труды по динамике развития, Москва, т. 6, 11—26 (1931). J. Kaback. Arbeiten über Entwicklungsmechanik, Moskau, Bd. 6, S. 11—26 (1931).

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

А. И. ПОТАПОВ

РАЗВИТИЕ РАСТЕНИЙ НА СУБТРОПИЧЕСКОЙ ПОЧВЕ, КАК ФУНКЦИЯ МИНЕРАЛЬНОГО ПИТАНИЯ

(Представлено академиком А. А. Рихтером 29 IV 1934)

Процесс питания растений в условиях их развития на почвах наших влажных субтропиков изучен лишь схематически. Предполагается a priori, что он должен итти аналогично процессу питания растений на других типах почв. Т. е. степень потребности в питательных элементах субтропических растений на субтропической почве определяется универсальной формулой: NPK. Эмпирически полученные данные по удобрениям растений в субтропиках действительно подтверждают это положение. Субтропические растения заметно отзываются на внесение в почву азота, очень слабо реагируют на внесение фосфора и совсем не отзываются на внесение калия. Отсюда естественно вытекают и практические предложения о необходимости употребления в субтропиках азотнокислых удобрений, сомнительной необходимости и рентабельности внесения фосфорнокислых удобрений и ненужности удобрений калийных. Следующий, неразрывно связанный с этим вопрос о дозе удобрений можно разрешить просто. Можно подсчитать чисто арифметическим путем количество отчуждаемых с почвы в виде урожая тех же трех элементов питания — азота, фосфора и калия — и рекомендовать восполнить эту потерю путем внесения в почву точь в точь таких же количеств этих элементов в виде соответствующих удобрений.

В этой системе состав необходимых для питания растений элементов, их последовательность по степени их необходимости и их количество — определяются потребностями и биологическими особенностями культивируемых растений при игнорировании конкретных условий, в которых протекает процесс питания растений. Такая принципиальная установка есть безжизненная абстракция. Она может встретиться лишь в исключительных случаях, когда растение воспитывается на абсолютно инертных средах, каковые в действительности не встречаются. Питание же растений в почвенных условиях имеет очень мало общего с такой схемой, так как почва, какая бы она ни была, не является мертвым инертным субстратом, но она обладает своими собственными взаимоотношениями с вносимыми минеральными элементами, которые и количественно, и качественно могут быть иными, чем взаимоотношения их с культивируемыми на почве растениями. Бесполезно стремиться удовлетворить потребности растений, предварительно не удовлетворив потребностей почвы. Эффекта или не будет, или он будет ничтожен. Но это есть то, что именно мы имеем в современном состоянии вопроса о питании растений в субтропической почве. Эмпирически полученные данные Института чайного хозяйства свидетельствуют об очень небольшой эффектности применения удобрений под чайный куст. Из трех изученных элементов лучший эффект дает азот, слабый — фосфор и отсутствие эффекта — при внесении калия.

Несмотря на наличие формальной убедительности такой „очевидной правды", мы решились искать „скрытую в ней истину", обратив главное внимание на анализ факторов роста растений в субтропической почве.

Опубликованная нами (1) сравнительная оценка этих факторов устанавливала вероятность наличия значительных количеств активного алюминия в почвах наших влажных субтропиков и токсичность последнего для растений. Для устранения токсического действия этого алюминия мы рекомендовали внесение в субтропическую почву высоких доз суперфосфата. Причины, лежащие в основе антагонистического действия ионов алюминия и фосфора, еще не вполне для нас ясны и требуют дальнейшей углубленной проработки, но исключительно высокий положительный эффект, обнаруженный нами в развитии растений на субтропической почве при внесении высоких доз фосфора, заслуживает серьезного внимания как мероприятие, могущее перестроить лицо субтропической „земли", в самом буквальном значении последнего слова. Приведем результаты экспериментальных данных имеющейся у нас проверки выставленного нами предложения внесения высоких доз суперфосфата, как радикального мероприятия по устранению токсического действия алюминия на растения.

1. При внесении в почву наших влажных субтропиков 1120 кг P_2O_5 на гектар в виде суперфосфата получено превышение роста и развития чайного куста за два неполных вегетационных периода, равное 1308 против 100 контрольного опыта без суперфосфата.

2. Внесение в те же почвы кальция в виде как извести, так и гипса, в количестве, эквивалентном содержанию кальция в суперфосфате, не произвело к концу первого вегетационного периода никакого влияния на рост чайного куста, в то время как на суперфосфате, внесенном в количестве 2000 кг P_2O_5 на гектар — растения имели развитие надземных частей равное 277 против 100 контрольного опыта без кальция и фосфора. Следовательно, действующим началом суперфосфата кальций не является.

3. Внесение в субтропическую почву повышающихся доз чистой фосфорной кислоты в количестве до 1% к весу почвы дает соответствующее повышение в развитии надземных частей чайного куста, достигающее за один вегетационный период для 1% фосфорной кислоты размеров 328 против 100 в отсутствие фосфорной кислоты. Следовательно, действующим началом суперфосфата является фосфорная кислота.

4. Развитие кукурузы на субтропической почве при наличии высоких доз суперфосфата зависит от размеров естественной производительности почв. Причем, чем она ниже, тем относительно больший положительный эффект имеет внесение в почву фосфора, при пониженном абсолютном развитии растения. Повышение урожая зеленой массы кукурузы при внесении в почву 960 кг P_2O_5 на гектар достигает 1035 против 100 соседней контрольной делянки без суперфосфата.

5. Синий люпин при внесении в самую плохую смытую почву 960 кг P_2O_5 на гектар развил прекрасную зеленую массу, равную 2052 против 100 контрольной делянки без суперфосфата.

6. Внесение суперфосфата в размерах до 1920 кг P_2O_5 на гектар не производит практически заметных изменений ни в концентрации водородного иона, ни в размерах обменной и гидролитической форм кислотности, и следовательно влияние суперфосфата на рост растений

не может быть приписано смещению им реакции почвы или количественным изменениями в поглощающем комплексе почвы.

7. Так как *p*H субтропической почвы, равный 4.2—4.3, обеспечивает полную растворимость фосфорнокислого алюминия, образующегося в почве при внесении в нее суперфосфата, то причину устранения токсического действия иона алюминия при помощи суперфосфата нельзя видеть в простом осаждении алюминия в виде его фосфорнокислой соли.

Всесоюзный научно-исследовательский институт чайного хозяйства, Озургеты, и Лаборатория биохимии и физиологии растений Академии Наук, Ленинград.

Поступило 29 IV 1934.

PLANT PHYSIOLOGY

PLANT GROWTH IN SUBTROPICAL SOIL AS A FUNCTION OF MINERAL NUTRITION

By A. POTAPOV

(*Communicated by A. Richter, Member of the Academy, 29. IV. 1934.*)

The nutrition of plants cultivated in soils of our humid subtropics has been only schematically studied. It is assumed *a priori* that it is analogous to nutritional processes of plants in other types of soils and that therefore the needs of subtropical plants in subtropical soil are to be determined by the universal formula of NPK. As a matter of fact, empiric data on the fertilization of plants in the subtropics substantiate this assumption. Subtropical plants noticeably react to the introduction of nitrogen into the soil, their reaction to the introduction of phosphorus is very slight, and there is no reaction to the introduction of potassium. Hence the practical inferences are naturally drawn of the necessity of using nitrogenous fertilizers in the subtropics, of the doubtful necessity and profitableness of intoducing phosphatic fertilizers, and of the uselessness of potassic fertilizers. The important question of the amount of fertilizer needed is easy to solve. It is only necessary to calculate arithmetically the quantities of these three nutrient elements — nitrogen, phosphorus, and potassium — absorbed from the soil in the form of the yield harvested and to recommend the compensation of the loss by introducing into the soil equivalent quantities of these elements by means of suitable fertilizers.

In the above system the composition of the elements necessary for the nutrition of the plants, the degree of necessity of the different elements and of their quantities is determined in accordance with the needs and peculiarities of the plants cultivated, but with no consideration of the actual conditions in which the nutrition of the plants takes place. Such a theoretical standpoint leads to lifeless abstractions. For such conditions may be met with only in exceptional cases when the plant is cultivated on an absolutely inert soil, not to be found in practice.

The nutrition of plants in soil conditions has very little in common with such a scheme, for every soil is not an inert substratum, but possesses its own interrelations with the mineral elements introduced,

which may both quantitatively and qualitatively differ from the interrelations of the latter with the plants cultivated in that soil. It is useless to try and satisfy the needs of the plants until the needs of the soil are first satisfied. Otherwise there will be no effect or it will only be very insignificant. The present position of the problem of nutrition of plants in subtropical soils is in just such a state. The empiric data collected by the Institute of Tea Culture point to the inconsiderable effect of the application of fertilizers under the tea shrub. Of the three elements studied, nitrogen gave the greatest effect, phosphorus gave an insignificant effect, and no effect was obtained from the introduction of potassium.

Notwithstanding the formal convincingness of such an 'obvious truth' we decided to discover the 'latent truth' by directing our attention primarily to the analysis of the factors of plant growth in subtropical soils.

A comparative estimation of these factors that has already been published by us [1] established the probability of the presence of considerable quantities of aluminium in the soils of our humid subtropics and of its toxicity with regard to plants. We recommended the introduction of large quantities of superphosphates into the subtropical soil as a means of neutralizing the toxic effects of this aluminium. The causes underlying the antagonistic action of aluminium and phosphorus ions are not yet quite clear to us and demand further close investigation, but the exclusively high positive effect of the addition of large doses of phosphorus on plant growth in the subtropical soil deserves serious attention as a measure that can radically change the characteristic properties of the subtropical soil. We shall now cite the results of experimental data collected by us during the checking up of our plan of introducing large doses of superphosphate as a radical measure of neutralizing the toxic effect of aluminium on plants.

1. 1120 kg of P_2O_5 in the form of superphosphate were introduced per hectare of soil of our subtropics. The result for two incomplete vegetation periods was an increase in the growth and development of the tea shrub equal to 1308 as against 100 of the control experiment without superphosphate.

2. The introduction into the same soils of calcium in the form of both lime and gypsum equivalent in quantity to the calcium content in superphosphate, had no effect during the first vegetation period on the growth of the tea plant, while in soil fertilized with 2000 kg of P_2O_5 per hectare the overground parts of the plants showed an increase equal to 277 as against 100 of those of the control plants cultiveted without calcium and phospsorus. The above shows that calcium is not the active principle in superphosphate.

3. The introduction into subtropical soil of increasing doses of free phosphoric acid up to 1% of the weight of the soil produces a corresponding increase of the growth of the overground parts of the tea shrub. In case of 1% phosphoric acid the increase of growth during one vegetation period reached 328 as against 100 for the plants cultivated without phosphoric acid. Therefore, we see that phosphoric acid is the active principle of superphosphate.

4. The growth of maize in subtropical soil fertilized with large doses of superphosphate depends upon the natural productivity of the soil. The lower is the productivity of the soil, the greater is the relative positive effect of the introduction of phosphorus into the soil, the absolute development of the plant being lowered. The increase in the yield of the green

mass of maize on the introduction of 960 kg of P_2O_5 per hectare of soil attains the figure of 1035 as against 100 of the adjacent control plot without superphosphate.

5. Blue lupine developed an excellent green mass of 2052 on the worst and washed out soil fertilized with 960 kg of P_2O_5 per hectare as against 100 of the control plot unfertilized with superphosphate.

6. The introduction of up to 1920 kg of P_2O_5 per hectare does not produce any practically noticeable changes either in the hydrogen ion concentration or in the degree of substitutional and hydrolytic forms of acidity. The influence of superphosphate on plant growth cannot be therefore attributed to a displacement of the soil reaction caused by it or to a quantitative change in the absorbing complex of the soil.

7. As the hydrogen ion concentration of subtropical soil is 4.2—4.3 and this fully guarantees the solubility of aluminium phosyphate formed in the soil on the introduction of superphosphate, the cause of the neutralization of the toxic effect of the aluminium ion by the action of superphosphate cannot be merely the precipitation of aluminium in the form of a phosphate.

All-Union Scientific Research Institute
of Tea Culture, Ozurgety, and
Laboratory of Biochemistry and Plant Physiology
of the Academy of Sciences, Leningrad.

Received
29. IV. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1А. Потапов. Основы удобрения субтропических почв под чайную культуру. Тиф., 1932. A. Potapov. The Principles of the Fertilization of Subtropical Soils for Tea Culture. Tiflis, 1932.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЗООЛОГИЯ

Академик Н. В. НАСОНОВ

ФОРМООБРАЗОВАНИЕ ПРИ ВЛОЖЕНИИ ПОД КОЖУ ВЫСУШЕННОЙ РЕГЕНЕРАЦИОННОЙ ПОЧКИ У АКСОЛОТЛЯ

В кратком изложении моего доклада на III Всероссийском съезде зоологов в 1927 г., напечатанном в трудах этого съезда (1928 г., стр. 43) под заглавием „Выращивание повторных органов (конечностей *Amphibia*) путем наложения лигатур", было сообщено, что вложением под кожу высушенных и размельченных регенерационных почек на ножке у аксолотля „можно вызвать образование добавочного пальца" и что это добавочное формообразование высушенная регенерационная почка дает в том случае, если при этом происходило кормление животного тимокрином и если была ампутирована вершина ножки для получения на ней регенерата, как усиливающего процесс образования добавочного органа.

В настоящее время я убедился, что можно получать в той или другой степени развитые добавочные образования при вложении под кожу

ножек высушенной регенерационной почки без кормления животного тимокрином и без одновременной ампутации вершины ножки у аксолотля.

Кроме того я получил ряд дополнительных результатов, которые излагаю в этом кратком сообщении.*

Регенерационные почки высушивались при комнатной температуре в течение нескольких дней или в сушильном шкафу при температуре 110°. Как в том, так и в другом случае, получались добавочные образования. После высушивания почка тщательно измельчалась скальпелем или растиралась в порошок и вкладывалась под кожу ножек аксолотля без нарушения целости ниже лежащих органов, причем края раны на коже при прорезывании ее для вложения под нее почки могли сближаться друг с другом и даже срастаться или же оставлять некоторый промежуток, который затягивался эпителием.

Всех вложений сухих почек было сделано около 300.

В тех случаях, когда вложения были удачны, формообразования получались приблизительно через полгода. Такой долгий срок значительно затруднял проведение работы, так как в начале приходилось варьировать опыты, отыскивая наиболее благоприятные условия для получения результатов, и при неудаче вновь полгода ожидать их.

Другое обстоятельство, замедлявшее работу, было то, что появление формообразования удавалось весьма редко. Приблизительно менее 5% вложений дали благоприятные результаты. Последняя серия из 67 вложений, произведенных осенью прошлого года, дала три случая формообразования.

Варьируя опыты, я пришел к заключению, что появление формообразования может быть вызвано тогда, когда сухая почка вложена у края раны. Появлению формообразования на почке, покрытой кожей и положенной не на краю раны, препятствует, повидимому, сама кожа, как это имеет место при регенерационном процессе, когда на ране, покрытой кожей, не образуется регенерата. Кроме того, формообразование появлялось, когда почка была взята на стадии 7—15 дней, т. е. на стадии бластемы и конуса.

Первым надежным признаком появления формообразования нужно считать появление снаружи через 4—5 месяцев на краю раны куполовидного возвышения в виде очень маленького бугорка, иногда сдавленного с боков, если края раны близко сошлись друг с другом. Основание бугорка резко очерчено циркулярным вдавлением. Иногда бугорок соединен с краем раны своим основанием, так что как будто бы он выступает из под края раны и виден сверху в профиль. У белых аксолотлей поверхностная часть бугорка стеклянно-прозрачная и через нее просвечивает ярко белая соединительная ткань с коллагенными волокнами. У черного аксолотля бугорок всегда серого или темносерого цвета с непрозрачными или слабо просвечивающим эпителием.

Большею частью развитие на этой стадии останавливается. В случае дальнейшего развития бугорок принимает цилиндрическую форму и закруглен на своей вершине, немного наклонен к вершине ножки и достигает 1.2 мм или же он немного большей величины, немного сплющен с двух сторон и расширен при основании, которое помещается в углублении на поверхности раны, затянутой эпителием. На разрезах можно

* В более полном виде они будут напечатаны в Трудах Лаборатории экспериментальной зоологии Академии Наук.

видеть хрящ, который выполняет внутри такое пальцевидное образование. Хрящ покрыт соединительной тканью с коллагеновыми волокнами, причем между основанием хряща и коллагеновыми волокнами не наблюдается местами резкой границы. Этот хрящ не стоит в связи со скелетом животного и отделен от него мускулами. Он развивается вследствие изменения соединительной ткани. Эти пальцевидные образования обычно останавливаются в своем развитии и наблюдались в таком виде до 1—2 лет, но один из них развился в добавочный палец длиной в 2 мм в виде цилиндрического выроста, закругленного на вершине, с хрящевыми фалангами. Впоследствии в срединной части фаланги окостенели, и на рентгенограмме можно видеть ясно два окостенения. Палец помещался на зейгоподиуме и был неподвижен. Мускульных волокон в нем не наблюдается.

Таким образом, высушенная регенерационная почка, вложенная под кожу ножки, так действует, очевидно, на ткани аксолотля, что из них образуются хрящи и получается формообразование, хотя и в не вполне развитом состоянии. Химическое вещество, которое находится в высушенной почке и дает образование хряща, получилось из живой регенерационной почки, находящейся в стадии бластемы и близкого к ней по строению конуса. Мы знаем, что на этих стадиях почка содержит хондробласты (склеробласты), из которых при дальнейшем образовании регенерата получаются хрящи, причем хондробласты направляются в почку вследствие пролиферации клеток надхрящницы (надкостницы) (Казанцев, 1934). Ввиду всего этого можно предположить, что упомянутое химическое вещество содержится в хондробластах (склеробластах) живой почки и сохраняется при высушивании ее.

В вышеупомянутом моем докладе на III Всероссийском съезде зоологов в 1927 г. я пришел к заключению, „что в появлении регенерационных процессов весьма важную роль играет разрушение тканей и продукты распада их“ („Труды III Всероссийского съезда зоологов, 1928, стр. 44). Мы знаем, что после ампутации на ране скопляются продукты разрушения тканей, как вследствие механических повреждений, так и вследствие процессов разрушения мускулов и скелета, сопровождающих, в начале, образование регенерата (Вендельштадт, Фрич, Казанцев и др).

Я предполагаю, что некоторые из веществ, получившихся как продукт распада тканей, действуют после эпителизации раны на мускулы и надхрящницу (надкостницу), вызывая размножение их клеток и может быть пролиферацию, вследствие чего образуются миобласты и хондробласты, которые входят в состав бластемы и конуса. Может быть здесь они также стимулируют размножение клеток. Далее, как мы знаем, при регенерационном процессе миобласты образуют мускульные волокна, хондробласты — хрящи и т. д., и начинается формообразование.

Вещество, содержащееся в высушенной почке, будучи положено под кожу, действует на комплекс окружающих тканей иного состава, чем на ране при появлении регенерата, а именно оно действует главным образом на соединительную ткань, причем, как мы видели, образуется хрящ. При дальнейшем развитии могут получаться образования, сходные с регенератом, но значительно менее развитые, т. е. куполообразные возвышения, пальцевидные выросты и пальцы, в которых по мере развития их увеличивается образовавшийся хрящ. Затем наступает дифференцировка его на фаланги.

Разрушенная почка, вложенная под кожу, также содержит это вещество. Она, как и высушенная почка, находится окруженной тем же

комплексом тканей, но она содержит кроме разрушенных также целые клетки, входящие в состав почки, миобласты, хондробласты и др. Поэтому, вероятно, она достигает более полного развития. Так мы можем наблюдать здесь мускулы и более дифференцированный скелет, но не наблюдалось полного развития добавочных образований, одинакового с развитием нормального регенерата, который мог бы развиться после ампутации ножки там, где появилось добавочное образование.

Мы уже видели,* что добавочное образование, появившееся вследствие вложения под кожу разрушенной регенерационной почки, при своем максимальном развитии дублирует в той или другой степени элементы отделов скелета ножки, лежащих дистально от того места, где оно появилось. Между тем как безразлично, с какого места взята после ампутации части ножки регенерационная почка. В виду этого можно думать, что максимальная степень развития регенерационной почки определяется здесь тем местом ножки, на котором она была вложена под кожу.

Лаборатория экспериментальной зоологии
Академии Наук. Ленинград.

Поступило
28 III 1934.

EXPERIMENTAL ZOOLOGY

FORMATIONS PRODUCED IN THE AXOLOTL BY THE SUBCUTANEOUS INSERTION OF A DESICCATED REGENERATION BUD

By N. NASONOV, Member of the Academy

In a short abstract of my paper published in the 'Proceedings of the Third All-Russian Congress of Zoologists' (1928, p. 43) under the title 'The Breeding of Reiterated Organs (Extremities of Amphibia) by Ligatures', mention was made that 'the formation of an additional digit can be produced on the leg of an axolotl by the subcutaneous insertion of desiccated and ground regeneration buds' and that such an additional formation can be produced by the desiccated regeneration bud only if the animal be fed with thymocrine and if the tip of the leg be amputated for the development of a regenerate on it to accelerate the process of growth of an additional organ.

I have now become convinced that additional formations of one or other degree of development can be produced by the subcutaneous insertion into legs of the axolotl of a desiccated regeneration bud without feeding the animal with thymocrine and without a simultaneous amputation of the tip of its leg.

* См. мою статью „Формообразование при вложении под кожу разрушенной регенерационной почки у аксолотля", ДАН, 1934, том II, № 4.

В этой статье необходимо сделать следующие исправления: на стр. 259, стрк. 7 сверху вместо „повторными" следует читать „повторными или добавочными," на стр. 260, стрк. 16 сверху вместо „с другой" — „с другим", на стрк. 9 снизу вместо „Долина" — „Длина", на стр. 261, стрк. 20 сверху вместо „всей ножки" — „всех отделов ножки", на стрк. 21 сверху вместо „автоподиума" — „з йгоподиуме, могут носить элементы зейгоподиума и автоподиума", на стрк. 35 сверху вместо „костей" — „частей".

I have besides attained certain supplementary results which are dealt with in the present brief paper.*

The regeneration buds were desiccated either during several days at room temperature or in a desiccating chamber at a temperature of 110° C. Both in one and the other case additional formations were produced. After desiccation the bud was cut up into particles with a scalpel or ground into powder and then inserted subcutaneously into the extremities of the axolotl without injuring the underlying organs. The edges of the incision made in the skin for the insertion of the bud might either fully constrict or leave a certain gap later filled in by epithelium.

In all about 300 insertions of desiccated buds were performed. In those cases where the insertions were successful, formations appeared approximately in half a year's time. Such a long interval considerably complicated the carrying out of this investigation, for in the beginning we had to diversify the experiments, seeking the most favourable conditions for attaining results and having to wait six months for them.

The development of formations was very rarely successful, and that also considerably hindered our work. Approximately under 5% of the insertions gave positive results. Of the last series of 67 insertions made last autumn formations mere developed only in three cases.

Varying the experiments, I have come to the conclusion that the development of formations can be produced in those cases where the desiccated bud is inserted at the edge of the incision. When the bud was covered by the skin or was inserted not at the edge of the incision but farther, the skin itself seemed to prevent the development of formations from the bud, as happens in regeneration processes where no regenerates develop from wounds covered by the skin. Besides, formations develop only from buds 7—15 days old, i. e. in the blastemic and conic stage.

The first reliable symptom of the development of the formation is the appearance in 4—5 months' time on the surface at the edge of the wound of a very small domelike protuberance, sometimes with compressed sides, if the edges of the incision are drawn close together. The base of the protuberance is distinctly marked by a circular impression. Sometimes the protuberance is joined to the edge of the wound by its base and therefore seems to protrude from under the edge of the wound and is to be seen from above in profile. In white axolotls the surface portion of the protuberance is of a glassy translucence and the bright white connective tissue with the collagen fibrils is seen through it. In black axolotls the protuberance is always grey or dark grey in colour with opaque or only slightly translucent epithelium.

The development generally ceases at this stage. In case of further development, the protuberance becomes cylindrical in shape with a rounded top. It is somewhat inclined towards the tip of the leg, is 1.2 mm or a little more in length, somewhat compressed on sides and wider at the base, which lies in the hollow of the surface of the epithelium filling the wound. On sections the cartilage can be seen occupying the internal part of such a digitlike formation. The cartilage is covered by connective tissue with collagen fibrils. No sharp boundary is to be detected between the base of the cartilage and the collagen fibrils. This cartilage has no con-

* They will appear in full in the 'Journal of the Laboratory of Experimental Zoology of the USSR Academy of Sciences'.

nection with the skeleton of the animal and is separated from it by muscles. It develops due to the change of the connective tissue.

These digitlike formations usually stop in their development. In such a stage they were observed for 1—2 years. One of them developed into an additional digit 2 mm long, cylindrical in form, with a rounded tip, and containing cartilaginous phalanges. Later on the phalanges ossified in their central part, so that two ossifications could be clearly distinguished on a Röntgen plate. This digit was situated on the zeugopodium and was immobile. No muscular fibres are to be observed in it.

Thus, we have established that a desiccated regeneration bud subcutaneously inserted into the leg acts on the tissues of the axolotl in such a way that they develop into cartilages, and formations are produced, although not of a fully developed type. The chemical substance of the desiccated bud that produces the development of the cartilage is derived from a living regeneration bud in the stage of the blastema and cone, structurally closely related to the former. We know that in these stages the bud contains chondroblasts (scleroblasts), which later on with the growth of the regenerate develop into cartilages. The chondroblasts proceed into the bud as a consequence of the proliferation of the cells of the perichondrium (periosteum) (Kazancev, 1934). It may therefore be supposed that this chemical substance is contained in the chondroblasts (scleroblasts) of the living bud and conserved when the latter desiccates.

In my above mentioned paper read at the Third All-Russian Congress of Zoologists in 1927 I came to the conclusion 'that a very important role in the appearance of regenerative processes belongs to the destruction of the tissues and to the products of their decomposition' (Proceedings of the III All-Russian Congress of Zoologists, 1928, p. 44). We know that after an amputation the products of the decomposition of tissues accumulate in the wound as a consequence both of mechanical injury and of the processes of destruction of the muscles and skeleton that at first accompany the development of a regenerate (Wendelstadt, Fritsch, Kazancev, and others).

I suppose that some of the substances produced by the decomposition of the tissues act after the epithelization of the wound on the muscles and on the perichondrium (periosteum), inducing the multiplication of their cells and perhaps proliferation, whence the formation of myoblasts and chondroblasts that are components of the blastema and cone. Perhaps here they also stimulate the multiplication of cells. Further on in the course of the regeneration process, as we know, the myoblasts develop into muscular tissue, the chondroblasts into cartilage, and so on, and then commences the development of formations.

The substance contained in the desiccated bud when subcutaneously inserted acts on a complex of surrounding tissues, different in composition from the one that exists in a wound at the beginning of the development of a regenerate. It acts primarily on the connective tissue and forms, as we have seen, cartilage. During further development, formations similar to a regenerate may appear, but much less developed, i. e. domelike protuberances, digitlike outgrowths, and digits are formed, in which the cartilage increases with their development. Later on occurs its differentiation into phalanges.

A destroyed bud subcutaneously inserted also contains this substance. It is surrounded by the same complex of tissues as the desiccated bud, but it contains besides destroyed cells also intact myoblasts, chondro-

blasts, and so on. That is probably why it attains a more complete development, so that in this case we can observe muscles and a more differentiated skeleton. Nevertheless we do not observe a full development of additional formations identical with the development of a normal regenerate which could develop after the amputation of the extremity on the spot where additional formation has appeared.

We have seen already* that additional formation due to the subcutaneous insertion of a destroyed regeneration bud when it reaches the climax of its development duplicates more or less the elements of the skeleton situated distally from the spot where it has appeared. At the same time, after the amputation of a part of the extremity, regeneration bud may be taken from any place. Therefore, there are grounds to believe that the development of a regeneration bud is determined by the place of the extremity where it has been inserted.

Laboratory of Experimental Zoology
of the Academy of Sciences.

Received
28.III.1934.

ЗООЛОГИЯ

Академик ВУАН И И. ШМАЛЬГАУЗЕН

К ФЕНОГЕНЕТИКЕ НЕКОТОРЫХ МОРФОЛОГИЧЕСКИХ ПРИЗНАКОВ У ДОМАШНИХ КУР

В настоящем кратком сообщении излагаются результаты исследования онтогенетического развития морфологических признаков конечностей, характеризующих некоторые породы домашней курицы, именно мохноногости, брахидактилии и полидактилии.

Развитие оперения ноги изучено у зародышей мохноногих бентамок и фаверолей, а отчасти также у зародышей кохинхинок и брама. У всех этих пород оперение в общем одного типа и только у фаверолей отличается несколько более слабым выражением. Видимая закладка оперения ноги появляется в возрасте около 10 дней насиживания, т. е. примерно на 1 сутки позднее чем закладка маховых перьев крыла. Первые закладки имеют вид совершенно правильного ряда довольно крупных утолщений эктодермы, располагающихся вдоль постаксиального края плюсны и вдоль четвертого пальца. Непосредственно вслед за первым рядом зачатков, почти одновременно с ним появляется параллельный ему

* See my paper 'Formations Produced in the Axolotl by the Subcutaneous Insertion of a Destroyed Regeneration Bud', C. R. de l'Acad. d. Sci. de l'URSS, 1934, v. II, № 4. The following corrections should be made in that paper: page 262, line 4, instead of 'reiterated (duplicate)' read 'reiterated or addional', passim, instead of 'duplicate' read 'additional' and instead of 'zygopodium'—'zeugopodium'; page 262, last line, instead of 'fround' read 'found'; page 263, line 18, instead of 'trem' read 'from'; line 29, instead of 'secondary' read 'additional'; line 31, instead of 'ef' read 'of' line 41, instead of 'digist' read 'digits situated on the shoulder'; line 47, instead of 'extremity' read 'extremity. It seems that here also, as in the preceding cases, the motor nerve does not branch off into the additional extremity'; page 264, line 5, instead of 'all the elements of the extremity' read 'the elements of the whole extremity'; line 23, instead of 'bones' read 'paris'.

второй ряд зачатков, чередующихся с зачатками первого ряда, и затем третий такой же еще более дорсальный ряд. Подобный же ряд зачатков появляется и вентрально от первого ряда. Эти первые закладки по правильности своего расположения в высшей степени напоминают закладки ряда маховых перьев и прилежащих к ним рядов кроющих перьев крыла. У сильно оперенных кур к этим первым закладкам присоединяются позднее еще и дальнейшие закладки, лежащие далее на дорсальной поверхности цевки и неимеющие уже такого правильного расположения. У зародышей фаверолей развитие оперения частично подавляется. Именно вовсе не закладываются указанные добавочные перья на дорсальной поверхности цевки и сильно запаздывает, а иногда и вовсе подавляется, развитие добавочных рядов перьев. Перья основного ряда у фаверолей иногда также частично недоразвиваются.

Брахидактилия развивается только у кур с оперенными ногами на восьмом дне насиживания, т. е. раньше, чем появляются видимые закладки перьев на цевке. В самом деле имеется непосредственная связь брахидактилии с развитием оперения, причем брахидактилия получает тем более значительное выражение, чем раньше закладываются перья на четвертом пальце. Сравнение разрезов через эмбриональные конечности кур с оперенными ногами и голоногих кур показывает, что у первых чрезвычайно рано, уже в начале седьмого дня насиживания, начинается концентрация мезодермы под эктодермой постаксиального края конечности. Такая же концентрация мезодермы предшествует и в крыле сформированию отдельных закладок маховых и кроющих перьев. В задней конечности эта концентрация мезодермы происходит за счет скелетогенного материала, привлекаемого сюда из ближайших частей скелета. Так как раз в это время происходит закладка дистальных фаланг четвертого пальца, то этот процесс перемещения скелетогенного материала приводит к известной его недостаточности для построения этих скелетных частей. Кроме основной фаланги, которая в это время нормально уже заложена, закладывается в резких случаях брахидактилии (т. е. при раннем развитии оперения четвертого пальца) только одна или две небольшие дистальные фаланги. При менее резко выраженной брахидактилии (т. е. при более позднем развитии оперения) закладываются 3—4 фаланги вместо нормальных для голоногих кур 5 фаланг.

Дальнейший рост этих фаланг оказывается также задержанным, особенно на дорсо-латеральной стороне, где ясно сказывается недостаточность индифферентного скелетогенного материала, за счет которого происходит нарастание фаланг с концов путем аппозиции. В результате, кроме более или менее значительного укорочения четвертого пальца, он получает также весьма характерный дорсальный или дорсо-латеральный изгиб, вследствие неравномерного роста составляющих его фаланг. Кроме изгиба пальца с брахидактилией связано еще и недоразвитие когтя четвертого пальца, и при резких степенях брахидактилии последний вовсе не развивается.

Развитие полидактилии исследовано у зародышей фавероль. У материала, бывшего в моем распоряжении, этот признак был хорошо выражен и в высшей степени постоянен. На ранних стадиях развития (на пятый — шестой день насиживания) конечности фаверолей отличаются уже тем, что у них преаксиальный край дистального расширения (аутоподиума) выступает несколько более заметно и быстро развивается в некоторую добавочную лопасть. На срезах можно видеть, что в этой добавочной лопасти скелетогенная мезенхима концентрируется в виде трех

лучей, из которых один является закладкой нормального первого пальца. Характерная симметрия добавочных образований говорит в пользу того, что мы имеем здесь перед собой частично двойниковое образование, в котором намечается (в моем материале) образование добавочного первого и добавочного второго пальца. На более поздних стадиях развития (на восьмом дне насиживания) добавочные лучи между собой сближаются и сполна сливаются в мезенхимную закладку одного пальца. В этой закладке происходит охрящевение соответственно будущим отдельным элементам скелета: сначала охрящевает плюсневой отдел (metatarsale), затем основная фаланга и после этого последовательно еще 2 фаланги. Таким образом, добавочный палец расчленяется по типу второго пальца. Размеры добавочного пальца в моем материале также весьма близки к размерам нормального второго пальца.

Полидактилия у фаверолей регулярно развивается вначале и в передней конечности. И здесь развивается довольно заметная добавочная лопасть на преаксиальном крае конечности, но в этой лопасти закладывается повидимому уже сразу только один добавочный скелетный луч, состоящий из стержня сгущенной мезенхимы. На более поздних стадиях закладка добавочного пальца передней конечности быстро отстает в своем развитии от нормального первого (при закладке он крупнее первого), становится как бы придатком на последнем и вскоре сполна исчезает. Полному исчезновению добавочного пальца предшествует рассасывание его скелетной оси, которая и в своем наивысшем развитии повидимому никогда не доходит до охрящевения. Время полного исчезновения добавочного пальца в общем совпадает с развитием перьев на крыле, но подвержено значительным индивидуальным колебаниям. Изучение серий разрезов через переднюю конечность зародышей полидактильных кур на 8-й день насиживания показывает, что здесь имеется подобная же морфогенетическая зависимость между развитием оперения и развитием скелета, какую мы уже установили в задней конечности мохноногих кур. Скелетогенный материал добавочного пальца крыла увлекается под эктодерму первого пальца, где он участвует в образовании значительного мезодермального сгущения, соответствующего закладке его оперения (именно закладке крылышка „alula“).

Выводы

Исследованные расовые признаки кур являются, как известно, признаками характера мутаций, что выражается в их закономерном менделировании при скрещиваниях. В моем материале и мохноногость, и полидактилия являются выражением присутствия самостоятельных доминантных факторов мохноногости и полидактилии. Изучение генезиса этих признаков показывает, что:

1. Оперение ноги развивается у кур на ранних стадиях, лишь немного позднее оперения крыла (как и вообще перья развиваются на задних конечностях несколько позднее, чем на передних) и по тому же типу развития маховых и кроющих перьев.

2. У мохноногих кур происходит активное перемещение скелетогенной мезенхимы под эктодерму постаксиального края конечности, где она используется на образование закладки оперения. В результате недостачи материала недоразвивается четвертый палец (брахидактилия).

3. У полидактильных кур на закладке конечности с преаксиальной стороны аутоподиума развивается частично двойниковое образование

в котором закладываются два добавочных скелетных луча. Добавочные лучи соединяются затем в закладку одного добавочного пальца, развивающегося по типу нормального второго. У тех же фаверолёй постоянно наблюдается частичное удвоение с образованием добавочного пальца и в передней конечности. Этот добавочный палец однако позднее редуцируется в связи с закладкой оперения первого пальца.

Таким образом:

4. Факторы, вызывающие изменение мутационного характера, проявляют свое действие частью уже на самых ранних стадиях морфогенеза, именно на стадиях закладки известных образований (перьев, пальцев).

5. Можно различать первичное проявление плейотропного действия измененного гена, состоящее в изменении уже первых фаз известного морфогенетического процесса (закладка перьев на месте чешуй, закладка лишних скелетных лучей) и цепь вторичных проявлений, находящихся в зависимости от данного морфогенетического процесса (таковы: брахидактилия, изгиб пальца, редукция когтя, исчезновение лишнего пальца крыла) и изменяющих течение уже более или менее развернутых морфогенетических процессов.

6. Зависимость между мохноногостью и брахидактилией объясняется следовательно не сцеплением самостоятельных наследственных факторов, а наличием морфогенетической зависимости между двумя различными процессами.

7. Морфогенетическая зависимость между мохноногостью и брахидактилией, а также между оперенностью крыла и отсутствием полидактилии определяется некоторыми динамическими соотношениями, меняющимися в пространстве и времени.

8. Решающими моментами, определяющими результат взаимодействия, являются: 1) относительная активность закладок; 2) расстояние между ними; 3) время начала взаимодействия, зависящее от времени оформления этих закладок.

9. Поскольку время мезодермальной закладки оперения совпадает со временем закладки дистальных фаланг четвертого пальца, даже небольшие колебания во времени закладки оперения имеют решающее значение в определении степени развития брахидактилии и других связанных с нею явлений. Отсюда значительная изменчивость в степени проявления вторичного действия того же самого плейотропного гена доминатной мохноногости, первичное выражение которого является достаточно постоянным.

10. На примере редукции добавочного пальца крыла у зародышей фавероль (в результате взаимодействия с закладкой оперения) особенно ясно видно насколько реализация известного признака, определяемого наследственными факторами, зависит в своем окончательном выражении от условий той системы, в которой развертываются соответствующие морфогенетические процессы. Процессы, вызванные действием одного и того же гена, могут получить самое различное течение в различном морфогенетическом окружении, так что его выражение даже в гомодинамных частях (передней и задней конечности) одного и того же организма может быть резко различным.

Поступило
26 III 1934.

ZOOLOGY

ON THE PHENOGENETICS OF SOME MORPHOLOGICAL CHARACTERS IN POULTRY

By I. SCHMALHAUSEN, Member of the Ukrainian Academy

SUMMARY

This brief account reports the results of investigations on the ontogenetic development of morphological features of limbs that characterize some breeds of fowl — namely, leg-feathering, brachydactylism, and polydactylism.

As it is well known, the above mentioned race characters in poultry are of the nature of mutations, which fact manifests itself in their regular mendelization when crossed. In my material both the leg-feathering and polydactylism were caused by the presence of independent dominant factors of leg-feathering and polydactylism.

From the genesis of these characters it appears that:

1. The leg-feathering in poultry develops in early stages, but little later than the wing-feathering (as in general the feathers on hind limbs develop somewhat later than those on the fore limbs) and in the same way as the flight and covering feathers.

2. In leg-feathered poultry there is an active migration of skeletogenous mesenchyma towards the ectoderm of the postaxial side of the limb, where it forms the rudiments of the feathering. For want of material the fourth digit is not fully developed (brachydactylism).

3. In polydactylous poultry a partial duplication develops on the preaxial side of the autopodium of the limb rudiment, in which two supplementary rays are formed. The supplementarv rays then fuse to form the rudiment of an additional digit, which develops in the same way as the normal second one. In the same faverols a partial duplication with the formation of an additional digit on the fore limb also, is always observed. However this supplementary digit is reduced later in connection with the formation of the feathering of the first digit.

It follows that:

4. The factors that cause variations of mutational nature begin to produce their effect partly in very early stages of morphogenesis, namely at the time of the formation of certain structures (as feathers, digits).

5. We may distinguish the primary manifestation of the pleiotropic action of a changed gene, which alters the first phases of the morphogenetic process (as the formation of feathers instead of scales, the formation of supplementary skeletal rays) and a series of secondary effects which are dependent on this morphogenetic process (such as brachydactylism, curvature of the fourth digit, reduction of the nail, disappearence of the supplementary digit on the wing) and which change the course of more or less advanced morphogenetic processes.

6. The connection between the leg-feathering and brachydactylism ist hen to be explained not by the linkage of independent hereditary factors, but by the morphogenetic interdependence between two different processes.

7. The morphogenetic connection between the leg-feathering and brachydactylism, as well as the connection between the wing-feathering and the absence of polydactylism, is determined by dynamical correlations varying in space and time.

8. The decisive factors that determine the result of the interaction are: 1) the relative activity of the rudiments; 2) the distance between the rudiments, 3) the time when the interaction begins, which in its turn depends on the time when the rudiments are formed.

9. As the time of the formation of the mesodermal rudiments of feathers and of the distal phalanges of the forth digit coincide, even small variations in the time of the formation of feather rudiments may be of great importance in determining the degree of the development of brachydactylism and other phenomena connected with it. This results in a considerable variability in the degree of the manifestation of the secondary action of the same pleiotropic gene of dominant leg-feathering, the primary expression of which is constant enough.

10. The reduction of a supplementary fore limb digit in the faverol's embryo (as a result of the interaction with the feather rudiments) shows very clearly how much the realization of a certain character determined by hereditary factors depends in its final expression on the system in which the given morphogenetic processes evolve. Processes produced by the action of she same gene may have very different courses in different morphogenetic surroundings, so that its expressions even in homodynamic parts (as the fore and hind limb) of the same organism may be very different.

Received
26. III. 1934.

ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ

1. В „Докладах" помещаются предварительные сообщения или статьи-конспекты научных работников СССР, содержащие в краткой форме наиболее существенные результаты их работы в области математики, естествознания и теоретической техники.

2. Объем статьи не должен превышать 10 000 печ. знаков.

3. Статьи направляются в редакцию „Докладов", непосредственно или через действительных членов Академии Наук.

4. Статьи принимаются к напечатанию Редакционной коллегией с отзывом действительных членов Академии Наук по специальности. Статьи членов-корреспондентов Академии Наук, наравне со статьями действительных членов Академии Наук, направляются в Редакционную коллегию непосредственно без отзыва действительных членов Академии Наук.

5. Каждая статья печатается на русском и на одном из иностранных языков, французском, английском или немецком. Автор должен представить вместе с русским текстом статьи ее перевод или резюме на одном из указанных иностранных языков.

6. Объем перевода не должен превышать 10 000 печ. знаков, резюме — не более 3 000 печ. знаков.

7. Цитируемая литература должна быть автором указываема не в подстрочных примечаниях, а в конце статьи общим списком с обозначением в тексте статьи порядковой цифрой ссылки на цитируемую работу.

8. В конце статьи автором должны быть обозначены на русском и иностранном языках название и местонахождение научного учреждения, в котором произведена работа.

9. Иллюстрации в „Докладах" помещаются лишь в исключительных случаях.

10. Статьи должны быть доставляемы в совершенно готовом к печати виде (переписанными на машинке на одной стороне листа, через два перената).

11. В виду срочности издания корректуры статей авторам не посылаются.

12. Автор получает бесплатно 50 отдельных оттисков своей статьи.

Редакционная Коллегия просит действительных членов Академии Наук при направлении статей в „Доклады" для напечатания указывать на статьях дату их получения от авторов.

Напечатано по распоряжению Академии Наук СССР
11 мая 1934 г.

Непременный секретарь академик *В. Волгин*

Редакционная коллегия: академик А. А. Борисяк
академик С. И. Вавилов
академик А. А. Рихтер

Ответственный редактор академик-секретарь ОМЕН А. А. Борисяк

Редактор издания И. М. Эйзен. — Технический редактор М. И. Стеблин-Каменский

Сдано в набор 30 апреля 1934 г. — Подписано к печати 10 мая 1934 г.

64 стр. (273—336)

Формат бум. 72 × 110 см. — 4 печ. л. — 51 840 печ. зн. в л. Тираж 3000 + 175

Ленгорлит № 9908. — АНИ № 323. — Заказ № 3089

Типография Академии Наук СССР. В. О., 9 линия, 12

Цена 2 руб.

ПРИНИМАЕТСЯ ПОДПИСКА

НА

„ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК СССР“

(НОВАЯ СЕРИЯ)

с 1 июля 1934 г. по 1 января 1935 г.

Подписная цена на 6 месяцев (18 выпусков) 27 руб.

«ДОКЛАДЫ» выходят ежедекадно (1, 11 и 21 каждого мес.)

Подписку и деньги направлять Сектору распространения Издательства Академии Наук Ленинград 53, В. О., Тучкова наб., 2, или сдавать доверенным, снабженным специальными удостоверениями

ПРИЕМ ПОДПИСКИ НА „ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК СССР“

с 1 января по 1 июля 1934 г. прекращен

(весь тираж издания исчерпан)

КОМПЛЕКТЫ

ИЗДАНИЯ

„ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК СССР“

(НОВАЯ СЕРИЯ)

за 1933 год

Шесть выпусков — 20 печ. листов

Цена 9 руб.